ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 21 NOVEMBRE 1932.

PRÉSIDENCE DE M. Robert BOURGEOIS.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ÉCONOMIE FINANCIÈRE. — *La crise mondiale et l'étalon-or.* Note [1] de M. Ch. Lallemand.

Actuellement le monde entier souffre d'une crise économique sans précédent. Elle atteint toutes les sources de la richesse et menace même de faire sombrer notre civilisation. De tous côtés, on s'efforce d'en éclairer les origines et d'en découvrir les remèdes.

A ce propos, je me permets de rappeler que, dans son *Traité de la Monnaie*, le grand astronome Copernic, il y a 400 ans, déclarait que « de toutes les causes de l'abaissement des nations, l'une des plus importantes, mais que très peu de personnes comprennent, est la dépréciation de la monnaie, qui, sans violence et par des voies cachées, conduit les empires à leur perte ».

Cette vue, véritablement prophétique, trouve, dans la situation actuelle, sa pleine confirmation.

De toute évidence, en effet, la sécurité des transactions de toutes natures exige absolument l'invariabilité des étalons servant à la mesure des éléments dont elles sont l'objet.

Depuis plus d'un siècle, pour les étalons de longueurs, de surfaces, de volumes et de poids, cette invariabilité, dans la plupart des pays civilisés, avait été assurée par l'adoption du Système métrique et par la création de Services publics, dits des Poids et Mesures, ayant mission de vérifier l'exactitude des copies de ces étalons, employées dans le commerce.

---

[1] Séance du 14 novembre 1932.

D'autre part, dans la presque totalité des États, 52 sur 58, l'*unité monétaire*, c'est-à-dire l'étalon des valeurs, de beaucoup le plus important de tous, était légalement et exclusivement définie par un poids déterminé d'or fin ([1]).

Mais, tandis que les étalons secondaires basés sur le *mètre international* échappaient à toute intervention arbitraire, les États conservaient intégralement le contrôle de leur *étalon monétaire* et, par une inexplicable aberration, en profitaient pour substituer, non par une loi mais en fait, à leur étalon-or, sous la forme du *Billet de Banque*, un pseudo-étalon de papier, échangeable à vue contre le poids d'or dont il était la représentation.

Cet état de choses régna jusqu'en 1914, sans présenter d'inconvénients appréciables, la convertibilité en or étant assurée. Mais, dès que les finances des États en guerre se trouvèrent gênées, cette convertibilité fut suspendue et, à la suite d'émissions massives de Billets non garantis, les pseudo-étalons de papier, soumis aux aléas de la loi de l'offre et de la demande, perdirent progressivement de leur valeur sur le marché international des changes, entraînant dans leur chute, avec les créances de toute nature faussement basées sur eux, la confiance des épargnants et l'économie entière des pays intéressés.

Telle est bien, avec des exceptions chaque jour plus rares, la situation mondiale actuelle.

Dès lors, le premier remède à y apporter consiste, évidemment, à rétablir l'étalon-or sous une forme qui le mette à l'abri de la spéculation, c'est-à-dire sous la forme d'un *étalon unique*, *international comme le mètre*.

Cet étalon pourrait être le *gramme d'or fin*, auquel on donnerait le nom de *kriso* (du grec *Chrysos*, or) sans qu'il soit d'ailleurs nécessaire de le réaliser matériellement. On l'emploierait exclusivement comme *monnaie de compte*. Les créances exprimées en krisos seraient réglées au moyen des monnaies nationales actuelles (or ou papier) conservées sans changement.

Ces dernières seraient comptées pour leur pleine valeur nominale si la convertibilité en or était assurée. Dans le cas contraire, elles seraient acceptées seulement pour la valeur-or que, au moment du paiement, elles représenteraient sur le marché international des changes.

En tout cas, — et c'est pour l'avenir la chose essentielle — les contrats

---

([1]) Voir *Annuaire du Bureau des Longitudes pour l'année* 1932. Tableau des Unités monétaires, p. 429.

financiers de toutes natures, exprimés en krisos, se trouveraient de la sorte soustraits à toute répercussion éventuelle des défaillances monétaires nationales.

MAGNÉTO-OPTIQUE. — *Remarques à propos d'une Note de M. Schérer sur le dichroïsme circulaire magnétique et sur la dispersion rotatoire magnétique.* Note de M. **A. Cotton.**

Ce numéro des *Comptes rendus* contient (p. 950) une Note sur des mesures que vient de faire M. Schérer, avec le grand électro-aimant de Bellevue, sur des solutions aqueuses de chlorure de cobalt. M. Schérer trouve que dans ces solutions il existe un dichroïsme circulaire magnétique positif : lorsqu'un faisceau lumineux s'y propage parallèlement au champ les vibrations circulaires ayant le sens des courants d'Ampère sont moins absorbées que les vibrations de sens inverse.

Comme l'indique M. Schérer, j'avais autrefois décrit des expériences faites précisément pour rechercher ce dichroïsme circulaire magnétique — et pour étudier aussi la dispersion rotatoire magnétique près des bandes — sur divers liquides colorés. En ce qui concerne le dichroïsme circulaire magnétique, mes essais avaient été infructueux ; ils avaient porté pourtant, entre autres liquides, précisément sur les solutions aqueuses de chlorure de cobalt. Les champs employés étaient en effet, dans des entrefers comparables, environ dix fois plus faibles, et avec la méthode optique employée, moins sensible de son côté que celle employée aujourd'hui, ce dichroïsme ne pouvait en aucune façon apparaître.

En ce qui concerne les liquides présentant de *larges bandes* d'absorption (comme celle du chlorure de cobalt) le seul cas connu jusqu'ici de dichroïsme magnétique était celui que nous avions trouvé Mouton et moi [1] en étudiant les propriétés magnéto-optiques de solutions *colloïdales* d'hydroxyde ferrique : il ne s'agissait pas de solutions véritables. Wood a bien trouvé le dichroïsme magnétique dans une solution de chlorure de praséodyme, et beaucoup plus nettement, sur du nitrate de néodyme à l'état fondu. Mais dans ce cas on le constatait près des bandes d'absorption étroites qui caractérisent ces corps : or on sait, particulièrement depuis les recherches de Jean Becquerel, que ces bandes étroites, ces

[1] *Annales de Physique et de Chimie*, 11, 1907, p. 289.

raies plutôt, subissent elles-mêmes des changements remarquables sous l'action du champ magnétique. Il n'est pas douteux que maintenant qu'on dispose de moyens d'action plus puissants on pourra retrouver le dichroïsme magnétique sur d'autres corps présentant, comme le chlorure de cobalt, des bandes larges qui, lorsqu'on les examine directement, paraissent insensibles à cette action.

Dans le même travail, j'avais étudié la dispersion rotatoire magnétique de divers liquides colorés. Parmi ces liquides, les uns étaient paramagnétiques (solutions alcooliques de chlorure ferrique anhydre; solutions aqueuses de nitrate de cuivre, d'acétate de cuivre, de chlorure de nickel, de chlorure de cobalt, de chlorure chromique); les autres diamagnétiques (solution d'iodomercurate de sodium, perchlorure d'antimoine).

Les solutions de chlorure chromique et de chlorure de cobalt avaient été les seules pour lesquelles j'avais pu faire quelques mesures des deux côtés d'une bande, sans avoir pu faire des mesures dans l'intérieur même : j'indiquais pour le chlorure de cobalt que la rotation magnétique était nettement supérieure à celle de l'eau pour la radiation 562 située au commencement de la bande d'absorption du côté du rouge, tandis que pour la radiation 437 située de l'autre côté elle n'en différait que d'une quantité de l'ordre des erreurs d'expériences. Le chlorure chromique se comportait tout à fait de même.

Les valeurs trouvées par M. Schérer dans cette région montrent qu'on ne pouvait pas en effet pour le sel de cobalt, dans les conditions où j'opérais, donner des résultats plus précis. Cependant, en comparant les courbes de dispersion rotatoire relatives aux divers liquides étudiés, je remarquais que dans tous les cas l'influence d'une bande d'absorption sur la courbe de dispersion rotatoire apparaissait nettement, se traduisant par une déformation systématique de la courbe qui rappelle dans cette région une courbe de dispersion rotatoire ordinaire. Sur les deux bords d'une bande d'absorption, la dérivée $d\rho/d\lambda$, où ρ est la rotation, a le même signe; elle est *négative* et elle a une valeur absolue élevée.

Ces résultats pouvaient, comme je l'indiquais alors, être expliqués très simplement en admettant que les maxima d'absorption des deux vibrations circulaires privilégiées étaient tous deux à la même place dans le spectre, mais que les deux courbes représentant les valeurs de n'/λ et de n''/λ (n' et n'' étant les indices correspondants) étaient modifiées par l'absorption en présentant toutes deux un point d'inflexion dans la région où celle-ci est la plus forte.

Peu après la découverte de Zeeman on a trouvé, comme chacun sait, qu'au voisinage des raies présentant ce phénomène, on constate de grandes rotations magnétiques et de grandes valeurs de la dérivée $d\rho/d\lambda$; mais cette dérivée avait cette fois des deux côtés de la raie modifiée *des signes opposés*. Le même raisonnement simple s'appliquait encore dans ce cas en tenant compte de ce que les deux maxima d'absorption ne coïncidaient plus; il rendait même compte, dans le cas d'une raie devenant un doublet pur, à la fois des grandes rotations positives observées à l'extérieur et des rotations négatives que Zeeman a trouvées à l'intérieur même du doublet.

Ce mode particulier de dispersion rotatoire magnétique était celui que faisait prévoir la théorie de la rotation magnétique fondée sur l'effet Hall. Beaucoup de physiciens admirent avec Voigt que cette théorie était la seule à conserver, et qu'il fallait abandonner l'autre théorie alors proposée, celle des courants moléculaires de Drude. Cette dernière théorie expliquait pourtant les anomalies près des bandes telles que je les avais signalées. En outre il avait paru depuis des travaux où divers physiciens, Siertsema, Wood, Elias, etc. signalaient des cas analogues de dispersion rotatoire magnétique. En rappelant en 1923, dans une Notice sur mes travaux scientifiques, l'ensemble de ces travaux, je m'étonnais qu'ils n'aient pas attiré davantage l'attention des théoriciens et j'exprimais le vœu qu'ils puissent être continués avec le grand électro-aimant dont je demandais alors la construction.

Depuis, en Angleterre, Roberts a publié plusieurs Mémoires ([1]) sur la dispersion rotatoire magnétique des solutions de sels de cobalt et de nickel, mettant nettement en évidence, et en les précisant, des anomalies semblables à celles que je signalais autrefois. Roberts a peu étudié le chlorure de cobalt, mais ses mesures très soignées sur les rotations des solutions du sulfate et du chlorate mettaient déjà nettement en évidence des changements de signe des rotations magnétiques attribuables au sel dissous.

La courbe de dispersion rotatoire magnétique qu'apporte à son tour M. Schérer, pour le chlorure de cobalt, marque un nouveau progrès, parce que les mesures ont pu être faites dans les régions de forte absorption avec des radiations plus nombreuses. Non seulement les champs employés sont plus intenses mais l'auteur a profité de l'appareil à haute fréquence produisant des radiations monochromatiques, si précieux pour ces mesures

([1]) Roberts, *Phil. Mag.*, 44, 1922, p. 912; 49, 1925, p. 397; 9, 1930, p. 361.

polarimétriques, que M. Félix Esclangon a réalisé et qu'il a bien voulu faire construire pour le laboratoire de Bellevue.

Les courbes données par M. Schérer rappellent tout à fait celles qu'on obtient avec des liquides dichroïques naturellement actifs : on remarquera que la règle donnée par Natanson dans le cas de ces liquides, et à laquelle il arrivait par sa théorie, est encore applicable ici. Cette règle permet de déduire du sens du dichroïsme les signes des rotations observées de part et d'autre du maximum. Le raisonnement simple qui permet de retrouver cette règle (¹) en admettant que les maxima d'absorption sont à la même place pour les deux sortes de vibrations, s'applique encore ici.

Dans ses derniers Mémoires Roberts se place surtout au point de vue de la comparaison des résultats avec ceux des théories publiées plus récemment sur la dispersion rotatoire magnétique, particulièrement celle de Ladenburg parue en 1927. Cette théorie, comme les travaux qui ont suivi, de Heisenberg et de Kramers, a été faite surtout pour expliquer les résultats des belles recherches de J. Becquerel, et de J. Becquerel et de Haas sur les rotations magnétiques des sels des terres rares. Dans ces travaux théoriques, on part de la remarque que les sels utilisés pour ces recherches renferment tous des atomes paramagnétiques. Pour un assez grand nombre de physiciens, actuellement, c'est seulement dans le cas de ces atomes paramagnétiques que l'on pourrait observer des anomalies ayant les caractères de celles trouvées par M. Schérer.

Je voudrais dire en terminant que cette conclusion me semblerait prématurée, qu'il ne faudrait pas inversement s'attendre à trouver toujours pour ces atomes les résultats de M. Schérer. Les diverses bandes d'absorption, aussi bien pour les corps diamagnétiques que pour les corps paramagnétiques, forment diverses classes, ayant des caractères distincts qui conduisent à leur attribuer des explications différentes. On dit souvent que c'est seulement dans le cas des corps paramagnétiques que l'on peut observer des rotations magnétiques négatives : on connaît aujourd'hui des exceptions très nettes à cette règle. D'autre part, dans le travail ancien rappelé aujourd'hui j'indiquais que, pour des corps diamagnétiques aussi, on observait près de la bande une dispersion rotatoire magnétique extrêmement marquée, les rotations variant plus vite que $1/\lambda^4$. La dérivée $d\rho/d\lambda$

(¹) *Comptes rendus*, 153, 1911, p. 245.

a-t-elle toujours des signes opposés des deux côtés d'une bande isolée, pour ces corps diamagnétiques? On n'en sait rien encore aujourd'hui : l'expérience n'a pas été faite.

PHYSIQUE INDUSTRIELLE. — *Sur la fabrication de l'oxygène industriel.* Note [1] de M. **Georges Claude.**

Je voudrais mettre l'Académie au courant de progrès remarquables accomplis ces temps derniers dans l'industrie de la séparation des éléments de l'air par voie de liquéfaction.

Cette industrie, en effet, vient d'être en Allemagne, de la part de M. Frankl, l'objet de tels perfectionnements, surtout relativement à l'obtention de l'*air suroxygéné*, que celui-ci peut désormais prendre dans l'industrie métallurgique et dans la grande industrie chimique la place que j'ambitionnais pour lui dès 1900 [2], avant que les beaux travaux du professeur Linde sur la rectification n'ouvrissent la voie de l'oxygène pur.

Malgré beaucoup d'efforts, les *échangeurs de températures*, universellement employés jusqu'ici dans cette industrie, provoquent la perte de froid principale du processus, en raison de l'écart de températures inévitable entre les gaz entrants et sortants, et qui, surtout aux basses pressions, atteint dans la pratique 4 à 5°.

A la grande surprise des spécialistes, le point de départ éminemment fécond de M. Frankl a consisté dans la substitution, aux échangeurs à fonctionnement continu, des *régénérateurs de chaleur* à fonctionnement intermittent basés sur le principe dès longtemps indiqué par Siemens et couramment appliqué dans la production des hautes températures. Il est appliqué ici en faisant passer *alternativement* et en sens contraire dans chaque générateur l'un des gaz séparés, oxygène ou azote, *puis* une fraction correspondante de l'air comprimé. Il y a pour *chaque* gaz *deux* régénérateurs : tandis que l'oxygène, par exemple, passe dans un sens à travers l'un des deux régénérateurs qui lui sont affectés, et s'y réchauffe, la fraction correspondante de l'air comprimé passe en sens contraire dans le second régénérateur et s'y refroidit. Toutes les 100 secondes environ, des soupapes inversent automatiquement les régénérateurs. La supériorité des régénérateurs tient à ce qu'on peut, dans un volume donné,

(1) Séance du 14 novembre 1932.

(2) *Comptes rendus*, **131**, 1900, p. 447.

réaliser une surface de contact entre gaz et métal beaucoup plus grande qu'avec les échangeurs. Ce résultat est obtenu à l'aide d'un empilement de galettes constituées par des rubans métalliques ondulés enroulés en spirale : Pour assurer le passage des gaz entre les rubans, ceux-ci sont ondulés. Pour maintenir l'écartement des rubans, ils sont ondulés obliquement, le sens de l'obliquité alternant d'un ruban à l'autre.

Par ces dispositions, l'écart de températures au bout chaud entre les gaz entrants et sortants a pu être réduit au chiffre très faible de 1°,25.

En outre, les régénérateurs, en raison de leur grande section et de leur faible longueur, donnent lieu à une perte de charge inférieure à celle occasionnée par les échangeurs.

Comme conséquence de ces faits et d'une technique très poussée au point de vue thermodynamique, et dont nous reparlerons, la pression de fonctionnement des grands appareils à oxygène *tombe de* 12 *à* 5 *atmosphères*.

En dehors de cette baisse de pression si remarquable, le dispositif de M. Frankl réalise un autre résultat fort intéressant et quelque peu inattendu.

En général, plus la pression de fonctionnement d'un appareil à oxygène, donc plus la dépense d'énergie de la séparation est faible, plus est grande l'importance relative de la décarbonatation et de la dessiccation dans le coût du produit, surtout celle de la dessiccation, puisqu'il y a par tonne d'air traité *d'autant plus* d'eau à enlever que la pression est plus faible.

Dans les appareils Frankl, où la pression est si faible, la dépense de décarbonatation et de dessiccation doit donc être très grande et diminuer l'intérêt du procédé. Or *elle est nulle*. Elle est nulle pour cette raison très simple que l'air comprimé à traiter, puis les gaz séparés, faisant successivement en sens inverse le même chemin dans les régénérateurs, tout le givre et tout l'acide carbonique déposés par le premier à l'aller sont enlevés par les seconds au retour, d'autant plus aisément que leur volume est bien plus grand et leur capacité d'enlèvement multipliée d'autant ([1]).

Au point de vue de l'*oxygène pur*, si nécessaire aujourd'hui à l'industrie, le procédé Frankl présente un petit inconvénient : les premières portions de cet oxygène qui circulent dans un régénérateur après une inversion s'y

---

([1]) En pratique, il y a cependant encore une petite difficulté à enlever ainsi le CO de la totalité de l'air; il faut en décarbonater chimiquement la dixième partie environ : cette sujétion ne me paraît pas correspondre à une nécessité théorique et on la supprimera sans doute.

mélangent à l'air qui les a précédés, ce qui nuit à la très grande pureté. Quand celle-ci sera nécessaire, on remplacera les régénérateurs à oxygène par un échangeur : l'oxygène ne représentant que 1/5ᵉ de l'air, l'avantage du procédé en sera peu affecté.

Une raison analogue empêche le procédé Frankl d'être un procédé à *azote pur* très avantageux, car on ne peut appliquer à l'azote, qui représente les 4/5ᵉ de l'air traité, le même remède qu'à l'oxygène sans faire disparaître la raison d'être du procédé. Le seul moyen d'arriver à l'azote très pur est de purger les gaz après chaque inversion.

Par contre, les avantages du procédé Frankl sont spécialement manifestes quand il s'agit d'oxygène impur, d'*air suroxygéné*, comme celui dont on envisage l'emploi pour la métallurgie et d'autres industries.

Je signale avec satisfaction que, alors qu'en matière d'oxygène pur mon procédé de la *double rectification* ([1]) est devenu d'un emploi général, M. Frankl, dans sa recherche très poussée de tous les moyens propres à diminuer la dépense d'énergie dans cette fabrication de l'air suroxygéné, a été conduit aux diverses directives que j'ai formulées autrefois et dont certaines, trop en avance sur les besoins, n'avaient pas encore été appliquées : emploi de la détente avec travail extérieur pour produire le froid, et récupération de ce travail ([2]); relèvement de la température des gaz avant leur entrée au détendeur pour améliorer le rendement de la détente ([3]); emploi du *retour en arrière* pour séparer directement l'air en un liquide oxygéné à 47 pour 100 et en azote gazeux résiduel ([4]); évaporation progressive du liquide à 47 pour 100 par circulation dans des compartiments successifs autour du faisceau de retour en arrière, les parties les plus condensables de l'air traité étant ainsi liquéfiées par le liquide le plus chaud et les parties les plus rebelles par le liquide le plus froid ([5]); refroidissement sous pression du liquide produit avant son déversement au sommet du faisceau ([6]).

Cependant, alors que l'importance des pertes de froid de mes appareils de l'époque me forçait à produire le froid par détente partielle de l'air com-

---

([1]) Brevet français du 3 janvier 1903. Voir aussi *Comptes rendus*, **141**, 1905, p. 823, et *Air liquide, oxygène, azote* (Dunod, Paris 1909), p. 360 et 376.

([2]) Voir en particulier *Comptes rendus*, **134**, 1902, p. 1568.

([3]) Voir entre autres *Comptes rendus*, **141**, 1905, p. 762.

([4]) *Comptes rendus*, **137**, 1903, p. 783. Voir aussi *Air liquide, oxygène, azote*, p. 352 et suiv.

([5]) Voir en particulier *Air liquide, oxygène, azote*, p. 354.

([6]) Brevet français 9 février 1910.

primé, traité *avant* son entrée dans la colonne de séparation (br. fr. 23 mars 1909), d'où la nécessité d'une pression plus élevée, la perfection des appareils de M. Frankl lui permet d'éviter cette surpression et de se contenter de détendre dans les conditions convenables l'azote produit, qui sort en effet du faisceau de retour en arrière sous la pression initiale. On obtiendrait même ainsi dans les grands appareils un excès de froid si l'on n'abaissait la pression de fonctionnement en faisant un vide partiel sur le bain d'oxygène ([1]).

L'énergie récupérée par la détente de l'azote sert à surpresser la partie de l'air comprimé destiné à alimenter le liquéfacteur, et à augmenter ainsi le réchauffement de l'azote avant son entrée au détendeur.

Les beaux travaux de M. Frankl ont fait déjà, après leur mise au point, l'objet d'une réalisation pratique importante : un appareil traitant par heure 11000$^{m^3}$ d'air a été construit avec le concours de la Société Linde et de la Société L'air Liquide, la teneur de l'oxygène obtenu est de 45 pour 100, celle de l'azote de 97 pour 100 et la dépense d'énergie en marche normale ressort à 0,120 kilowatt-heure par mètre cube d'air à 45 pour 100, le résultat pratique étant un abattement de 45 pour 100 dans le prix de l'air suroxygéné, obtenu jusque-là par addition d'air à l'oxygène pur.

Cet appareil fonctionne à Oberhausen. L'air suroxygéné produit sert actuellement à des essais dans un petit haut fourneau. On a déjà obtenu dans d'excellentes conditions certains ferro-alliages.

GÉOGRAPHIE. — *La circumnavigation de l'Archipel de François-Joseph par le Nord.* Note ([2]) de M. J. **Schokalsky.**

Tout dernièrement j'ai appelé l'attention de l'Académie (*Comptes rendus*, 8 août 1932) sur le fait exceptionnel d'une amélioration, probablement périodique du climat polaire. Maintenant je signale à l'Académie une preuve incontestable de cet état de choses.

Les annales des explorations polaires connaissent seulement deux cas de passage de navires au nord de l'Archipel de François-Joseph; c'est le

([1]) Comme indiqué dans le certificat d'addition du 12 février 1904 à mon brevet du 3 juillet 1903.

([2]) Séance du 10 octobre 1932.

Fram en 1895 et le brick *Sainte-Anne* de M. Broussilov (perdu sans nouvelles) en 1914. Mais ces deux navires étaient emprisonnés par les glaces et marchaient à la dérive avec ces dernières.

Actuellement, en connection avec l'Année Polaire Internationale, l'U. S. S. R. organisa plusieurs expéditions océanographiques et entre autres l'Institut Océanographique de Moscou envoya une expédition sous la direction de M. N.-N. Zubov, océanographe et marin, pour une croisière dans les parages de l'Archipel de François-Joseph.

Le bateau à voile *Knipovitch* de l'expédition a un déplacement de 100 tonnes et un moteur de 125 CV; son capitaine était M. S. Popov. L'expédition longea le méridien de la baie de Kola jusqu'à la Terre de Gilles (80° N), puis, elle tourna vers l'Est, visita l'île de Victoria, où l'on débarqua et arbora l'étendard de l'U. S. S. R. Marchant vers l'Est on approcha la Terre Alexandre (archipel de Fr.-Joseph) et d'ici on longea le méridien de 42° Est jusqu'à la latitude de 82°5′ N (où en avril 1874 Payer était venu à pied sur les glaces). A ce point on tourna à l'Est et, continuant à marcher dans cette direction, on contourna, le 1er septembre, l'archipel de Fr.-Joseph par le Nord et, pendant le 2 et le 3 septembre, par l'Est. Puis on visita l'île de Vizé et le cap Zhélanié à l'extrémité Nord de l'île de Novaja Zemlja. Le 21 septembre, on retourna à la baie de Kola sans aucune avarie. Durant 34 jours de navigation, on a eu 38 stations océanographiques et l'on effectua environ 400 sondages. On récolta 48 boudins découpés dans le fond de la mer d'une longueur de 10 à 48^{cm}.

Le fait même qu'un si petit navire a accompli pour la première fois la circumnavigation de l'Archipel de François-Joseph en longeant le parallèle de 82° N, prouve déjà que l'état des glaces, dans des parages aussi septentrionaux, était favorable, quoique le bateau ait dû frayer son chemin à travers la banquise, surtout à l'est de l'Archipel, avec beaucoup de difficulté et déployant une grande persévérance et un grand savoir de navigation dans les glaces.

Les sondages océanographiques ont démontré que l'eau chaude de la branche du courant Atlantique (partie océanique du Gulf Stream) a pénétré entre le Spitsberg et l'Archipel de François-Joseph, ainsi qu'entre ce dernier et l'île de Vizé, où, à la profondeur de 200^{m}, on observa la température de + 2°C.

L'expédition vérifia l'hypothèse de M. Zubov que la température du courant de Nordcap puisse servir à prédire l'état des glaces dans la mer de

Barentz au cours de la même année, ainsi que le même fait, plus loin vers l'Est, deux années d'avance.

Il faut ajouter que certainement l'audace, le savoir-faire et la persévérance du chef de l'expédition, M. N. Zubov, sont pour beaucoup dans l'accomplissement d'une pareille croisière réalisée pour la première fois sur un si petit bateau.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur les variations de l'*Helianthus Dangeardi *à la cinquième génération.* Note de M. Lucien Daniel.

Malgré l'humidité et la température défavorables de l'automne 1931, j'ai pu à la fin d'octobre récolter quelques graines sur divers pieds d'*Helianthus Dangeardi* provenant de la quatrième génération de cette variété, cultivée en mélange avec ses congénères, l'*H. Mangini* et l'*H. Costantini*. Comme ces trois types proviennent de la lutte pour la vie du Topinambour greffé sur le Soleil annuel, leur croisement, s'il s'était effectué par hasard, ne pouvait introduire un nouveau facteur de variation. Semées le 8 avril 1932, ces graines de cinquième génération fournirent onze germinations qui, comme aux générations précédentes, présentèrent au cours de leur développement des différences de forme, de largeur, de couleur et de symétrie, soit dans l'appareil végétatif, soit dans l'appareil reproducteur. Parmi ces variations, quatre sont particulièrement intéressantes.

1. *Hérédité des caractères acquis.* — Quatre exemplaires sur onze ont donné, en nombre variable, des tubercules aériens coexistants avec des tubercules souterrains lisses, jaunes ou violets; des racines aériennes en forme de moignons; des renflements à la base des rameaux au point d'insertion sur la tige principale avec une forte diminution de la résistance aux tractions mécaniques. Tous ces caractères nouveaux sont, comme je l'ai indiqué antérieurement, dus à la lutte pour la vie du Topinambour contrarié dans son rythme de développement par son support, le Soleil annuel. Leur réapparition à la cinquième génération est une preuve répétée de l'hérédité des caractères acquis à la suite du greffage et un exemple particulièrement démonstratif de *Mémoire organique* (Ch. Richet, *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 7).

2. *Accentuation progressive de caractères.* — Ce fut en 1921, qu'à la suite de greffages répétés j'obtins 36 graines en apparence bien constituées sur un pied de Topinambour greffé Soleil annuel. Beaucoup de capitules n'en

contenaient pas; ceux qui en possédaient en avaient une, très rarement deux. Au cours des quatre précédentes générations. j'ai constaté que, chez certains pieds, la fertilité avait plus ou moins augmenté quand chez d'autres elle s'était maintenue ou avait disparu. Ayant récolté des graines sur les pieds les plus fertiles, j'ai eu cette année, dans mon semis, un exemplaire semblable comme couleur à l'*Helianthus Dangeardi* qui m'a donné des graines chez la plupart des capitules. J'ai récolté 50 akènes sur le plus fertile des capitules et 580 sur le pied entier. L'accentuation de la fertilité avec le nombre des générations est donc très nette chez cet individu, mais ne s'est pas montrée chez les autres.

3. *Apparition de caractères nouveaux et de monstruosités.* — L'*Helianthus Dangeardi* possède, comme la variété dont il est issu, des inflorescences divariquées, à capitules portés par des pédoncules allongés, minces, non élargis à leur sommet. Les demi-fleurons pointus entourent un disque étroit dont le diamètre ne dépasse guère un centimètre et a la forme circulaire. Chez quelques-uns de mes pieds de semis, et surtout chez l'un d'eux chez lequel la variation s'était manifestée à un très haut degré, les inflorescences avaient pris un port spécial, jusqu'ici non décrit chez le Topinambour. L'inflorescence, irrégulièrement groupée, était formée par des pédoncules de longueur inégale, épais et parfois très courts, bruns et épaissis, évasés au sommet. Les capitules, à disques larges, tantôt circulaires, tantôt elliptiques, étaient géminés et quelquefois soudés à des degrés divers. Ces caractères nouveaux et cette accentuation de la production des monstruosités sous l'influence de greffages répétés coïncidaient avec l'héritage de certains caractères d'adaptation acquis par le même procédé, par exemple avec la tuberculisation aérienne très marquée chez cet exemplaire.

4. *Transmission de caractères spécifiques de l'hypobiote aux descendants de l'épibiote.* — Tandis que des caractères spécifiques du Chrysanthème frutescent se transmettent rapidement à l'Absinthe et à certains de ses descendants chez lesquels la transmission peut aller en s'accentuant (voir *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 1999), il en est tout autrement pour le Topinambour greffé sur le Soleil annuel depuis 1894. Le retour à la fertilité s'est produit seulement au bout de 27 ans et c'est seulement cette année, c'est-à-dire après 38 ans d'expériences, que j'ai pour la première fois observé sur l'un de mes semis de cinquième génération l'apparition de caractères plus ou moins intermédiaires entre ceux des variétés de Soleil et de Topinambour qui m'ont exclusivement servi dans mes recherches. Ces variétés ne s'hybrident pas entre elles comme on sait.

L'exemplaire ainsi modifié possède une tige de $1^m,20$ de hauteur et des entre-nœuds courts. Ses feuilles sont opposées, longues et larges à la base du pied, fortement acuminées dentées, elles deviennent cordiformes au sommet de la tige, peu dentées et mousses, à limbe gaufré et à gaines décurrentes sur l'entre-nœud. La tige porte un capitule terminal, de dimensions anormales. Il est porté par un pédoncule, long, épais et évasé au voisinage du réceptacle; l'involucre est formé de bractées larges à leur base; le disque atteint 4^{cm} de diamètre: les fleurs ligulées, disposées sur un seul rang, sont arrondies et étalées, ce qui donne à l'inflorescence un caractère original. Deux courts rameaux, situés assez loin du capitule terminal et éloignés l'un de l'autre, se voient sur l'axe principal et se terminent chacun par un capitule de dimensions un peu plus petites que le capitule terminal, mais présentant les mêmes caractères. Aucun de ces capitules n'a fourni d'akènes fertiles.

Ces résultats montrent une fois de plus l'importance des *variations lentes* et du facteur *temps* dans la production des variétés par greffage et la nécessité de la *continuité* lorsqu'on opère sur des plantes entre lesquelles l'influence spécifique est lente à se manifester à la suite de leur symbiose.

M. A. **Lacroix** offre à l'Académie un Mémoire dont il est l'auteur, accompagné de 12 planches photographiques, intitulé : *Les tectites de l'Indochine*, et publié dans les *Archives du Muséum national d'histoire naturelle*.

M. A. **Lacroix**, au nom de M. **Maurice Lugeon**, dépose sur le bureau un Ouvrage intitulé *Barrages et Géologie*, dans lequel notre Correspondant expose les résultats de sa longue expérience qui l'a conduit dans tant de pays proches ou lointains; au nom de M. G. **Cesàro**, un Mémoire *sur la guarinite*, intéressant minéral de la Somma et un autre, consacré à *diverses questions de géométrie*.

M. **Paul Pascal**, par l'organe de M. H. **Le Chatelier**, fait hommage à l'Académie des Tomes V et XI du *Traité de Chimie générale* publié sous sa direction. Secrétaire général : Paul Baud.

COMMISSIONS.

MM. **J. Hadamard**, **H. Lebesgue**, **J. Perrin**, **Ch. Fabry**, **E. Esclangon**, **E. Jouguet**, **H. Villat** sont désignés pour faire partie, avec le Bureau, de la Commission chargée de faire à l'Académie une proposition relative à l'attribution du *prix Albert Ier de Monaco*.

NOMINATIONS.

MM. **H. Le Chatelier**, **M. Laubeuf**, **L. Guillet** et **J. Rey** sont désignés pour représenter l'Académie à la séance solennelle en laquelle la **Société des Ingénieurs civils de France** commémorera l'invention du *procédé Thomas* et du *procédé sur sole basique pour la déphosphoration des aciers*, le 5 décembre 1932.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Éducation nationale** invite l'Académie à lui présenter une liste de candidats à la chaire de *Culture* du Muséum national d'histoire naturelle.

(Renvoi à la Section de Botanique.)

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Giacomo Tellera. *Analisi urine, Guida pratica per la rapida e sicura analisi delle urine*. (Présenté par M. R. Fosse.)

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Congruence de cercles : points focaux et surfaces focales.* Note de M. **Bertrand Gambier.**

1. J'ai étudié la *distribution des points de contact avec leur enveloppe d'une famille simplement infinie de courbes planes algébriques* (¹). C'est un cas particulier du problème plus général : *distribution des points focaux d'une congruence de courbes algébriques*, comme on le voit en imprimant à chaque courbe plane une translation arbitraire parallèle à Oz. Le nouveau problème ne semble pas avoir été beaucoup étudié : Darboux donne quelques aperçus rapides aux dix premières pages du Tome 2 de la *Théorie des Surfaces*. Étudions à ce point de vue une *congruence de cercles*.

2. *Les points à l'infini de chaque cercle sont deux points focaux particuliers* et il en existe quatre autres, dont *deux* (*mais jamais quatre*) peuvent eux-mêmes aller à l'infini, *si la congruence des axes est isotrope :* le résultat est curieux en ce sens que l'on peut déplacer arbitrairement chaque cercle perpendiculairement à son axe et le dilater arbitrairement.

3. Écartons désormais le cas qui précède. Le cas normal est celui où les quatre points focaux f_1, f_2, f_3, f_4 sont distincts et j'ai surtout en vue ici d'étudier le cas où plusieurs se confondent. Pour l'intelligence de ce qui suit, je rappelle quelques résultats classiques. Chaque point f_i engendre une surface S_i tangente à tous les cercles, est l'intersection du cercle C correspondant avec un cercle C_i infiniment voisin, et donne naissance à une famille F_i de cercles à un paramètre doués d'une enveloppe qu'ils touchent en un unique point. Si plusieurs points focaux se confondent en un seul, autant de cercles C_i ou de familles F_i se confondent; mais il y a un autre cas où F_i, F_j se confondent, celui où C_i coupe C en deux points f_i et f_j (distincts ou non) : C touche son enveloppe en deux points (lui est osculateur si $f_i = f_j$) et l'axe de C, dans la famille F_i, engendre une développable.

Le cas de 4 points focaux distincts, avec 4 cercles C_i distincts, ou $C_1 = C_2$ et C_3 distinct de C_4, ou $C_1 = C_2$ et $C_3 = C_4$ a été traité par Darboux (*Théorie des Surfaces*, t. 2, p. 314-345); remarquons seulement dans ce dernier cas que le cercle mobile C peut être représenté soit par $\Sigma_1 = \partial\Sigma_1/\partial u = 0$, soit par $\Sigma_2 = \partial\Sigma_2/\partial v = 0$ où (x_1, y_1, z_1) et (x_2, y_2, z_2) centres

(¹) *Comptes rendus*, **194**, 1932, p. 578.

des sphères Σ_1 et Σ_2 sont les points focaux de l'axe de C; ρ_1 et ρ_2 rayons de Σ_1 et Σ_2 sont tels que $2\sigma_1 \equiv \rho_1^2 - x_1^2 - y_1^2 - z_1^2$ et $2\sigma_2 \equiv \rho_2^2 - x_2^2 - y_2^2 - z_2^2$ sont solutions *associées* des équations de Laplace *associées* satisfaites par x_1, y_1, z_1 ou x_2, y_2, z_2; f_3 et f_4 sont les points de contact avec son enveloppe de la sphère Σ_1, de même f_1 et f_2 ceux de Σ_2; le nouveau cercle $\Sigma_1 = \partial\Sigma_1/\partial v = 0$ a lieu d'être étudié aussi, ainsi que le cercle *distinct* $\Sigma_2 = \partial\Sigma_2/\partial u = 0$; la transformation de Laplace donne une chaîne de sphères et de cercles.

4. Supposons que *deux points focaux se confondent*, les deux autres étant distincts; le cas où ces deux derniers donnent deux cercles C_i distincts n'est pas intéressant : s'ils donnent le même cercle, c'est un cas particulier de celui étudié en fin du n° 3; il suffit d'exprimer que les points où Σ_1 touchent son enveloppe se confondent, ce qui revient à dire que les courbes $\rho_1 =$ const. sont géodésiquement parallèles sur la surface (x_1, y_1, z_1); cette surface et le réseau conjugué (u, v) étant donnés, la fonction ρ_1 satisfait alors à deux équations aux dérivées partielles l'une du premier ordre, l'autre du second : *ce système n'a de solutions que si le réseau est convenablement choisi* et un cas favorable très remarquable est celui où les *courbes* $u =$ const. *sont géodésiques*, ρ_1 étant leur arc compté à partir d'une trajectoire normale. J'ai étudié ce cas (*Comptes rendus*, 194, 1932, p. 32) qui donne lieu à une *transformation remarquable d'une surface quelconque et d'une famille de géodésiques à un paramètre tracées sur la surface* (développées de deux surfaces inverses).

5. Vient ensuite le cas où *les points focaux se réduisent à deux comptant chacun pour deux*. On retrouverait les deux équations aux dérivées partielles du numéro précédent et une troisième : il serait difficile de discuter ce système; *il vaut mieux se donner arbitrairement les deux nappes focales*, auxquelles le cercle reste osculateur (si ce sont des surfaces et non des courbes).

Donnons-nous deux surfaces S_1, S_2, un point M_1 de S_1, un point M_2 de S_2; on construit aisément le cercle, unique, tangent à S_1 en M_1 et à S_2 en M_2; M_1T_1 et M_2T_2 étant les tangentes à ce cercle en M_1 et M_2, puis ω_1 (ou ω_2) le centre de courbure de la section normale de S_1 (ou S_2) tangente à M_1T_1 (ou M_2T_2), en exprimant que la droite $\omega_1\omega_2$ est perpendiculaire au plan du cercle, on a deux équations algébriques réalisant entre S_1 et S_2 la correspondance (M_1M_2). On peut remarquer que si les deux surfaces S_1 et S_2 sont symétriques par rapport à un plan, cette symétrie est l'une des correspondances acceptables.

Si les deux nappes focales sont des courbes Γ_1, Γ_2, on choisit une développable Δ_1 (ou Δ_2) contenant Γ_1 (ou Γ_2), un point arbitraire M_1 de Γ_1, M_2 de Γ_2, et l'on construit comme plus haut le cercle tangent en M_1 (ou M_2) à la développable Δ_1 (ou Δ_2).

6. Le cas d'un *point focal triple* s'obtient en prenant une surface S quelconque, attachant à chaque point de S une direction tangente MT déterminée, puis construisant le cercle tangent à MT en M et ayant quatre points communs, confondus en M, avec la surface S (cercle osculateur à la branche tangente à MT de courbe sphérique intersection de S et de la sphère ayant pour centre le point ω défini plus haut).

7. Le cas d'un *point focal quadruple* est un cas particulier de celui du n° 6 : on choisit MT, de sorte que le cercle osculateur ait avec la branche en jeu quatre points communs réunis en M au lieu de 3. On sait qu'on obtient ainsi dix directions MT pour chaque point M; l'axe du cercle C engendre alors les tangentes asymptotiques (de l'une des deux séries) de la surface focale (unique) relative à la congruence des axes; les courbes $\rho_1 =$ const. sont encore géodésiquement parallèles sur cette surface focale.

GÉOMÉTRIE. — *Sur certains points singuliers des ensembles isodistants d'un ensemble ponctuel.* Note [1] de M. **Lucien Chamard**, présentée par M. Élie Cartan.

Appelons *rayon attaché* (= R. A.) pour un point M et pour l'ensemble ponctuel E, une demi-droite MV telle que les projetantes de M soient, quant au plan perpendiculaire en M à MV, du côté opposé à cette demi-droite. Au point M (et en tout point M_1 de MV) la distance à l'ensemble $\varpi(M)$ des projections de M est croissante suivant MV (et suivant M_1V); la distance à E l'est aussi en M et en M_1 suffisamment voisin si MV est élément intérieur du système des R. A. Au contraire, la distance est décroissante en M sur toute demi-droite issue de ce point et faisant un angle aigu avec une de ses projetantes [2]. On en déduit que, pour l'ensemble des points situés à une distance de E égale à celle de M, tout rayon du con-

(1) Séance du 14 novembre 1932.

(2) G. Bouligand, *Introduction à la Géométrie infinitésimale directe* (Paris, Vuibert, 1932, Chap. XII, p. 96). Nous en référons à cet ouvrage pour toute définition non reproduite.

tingent (= ctg) est un élément frontière du système des R. A. Mais il se présente des éléments frontières de ce système exclus du ctg [1], dans le cas où M est un point (β), c'est-à-dire dont les projetantes, toutes d'un même côté d'un plan, ne se laissent pas inclure dans un demi-cône de révolution strictement convexe. La présente Note montrera l'intérêt, pour l'étude des points (β), de la notion de R. A. et de celle de *cylindre attaché* (= C. A.) à un point M, entendant par là tout cylindre droit OUVERT de hauteur arbitrairement petite, dont une base, de rayon ρ, a pour centre M et dont le demi-axe, issu de M et le traversant, est un R. A.

Théorème I. — *Un R. A. frontière tel que ses C. A. de hauteur suffisamment petite n'incluent aucun point de* E *est un rayon du ctg.*

Ce théorème englobe celui de M. G. Durand sur le ctg en un point (α), en même temps qu'il donne, pour certains ensembles E, le ctg en des points (β). — Si l'hypothèse du Th. I vaut pour les divers C. A. de chaque R. A., le ctg est la frontière du système des R. A. En particulier, pour les points (β), tout R. A. est alors du ctg.

Mais pour qu'un R. A. soit exclu du ctg, il ne suffit pas que les C. A. correspondants contiennent des points de E, car, dans ce cas, l'origine peut être à la fois limite, sur cet R. A., de points distants de E, ou bien de moins de ρ, ou bien de plus de ρ. Il ne suffit pas non plus que E possède des points dans toute section droite d'un C. A. relatif à un R. A., ce qui entraînerait pour cet R. A. la propriété d'être inclus, au voisinage de M, dans E_ρ (Ex. : points ρ-distants de la réunion de la surface d'une sphère de rayon 2ρ et de son centre.)

Théorème II. — *Pour qu'un R. A. frontière échappe au ctg, il suffit que toute section droite d'un C. A. correspondant contienne des points de* E *non localisables sur un secteur d'angle* $\leqq 2$ *dr., centré sur cet R. A.*

S'il en est ainsi, pour tout R. A. relatif à un point (β), la distance à E présente en ce point un maximum strict et le point est isolé sur la frontière de E_ρ.

La notion de R. A. fournit encore le résultat suivant :

Théorème III. — *En un point* M *de la classe* (β) *situé sur la frontière extérieure* $\mathcal{F}_\rho$ *de* E_ρ, *le paratingent de cette frontière est complet.*

Il inclut en effet toute droite $\Delta'\Delta$ menée de M hors du plan des R. A., car, de chaque point N extérieur à E_ρ et assez voisin de M, et de chaque couple

---

[1] Georges Durand, *Sur une généralisation des surfaces convexes* (Thèse, *Journal de Math.*, 9e série, 10, 1931, cf. resp. n° 46, p. 368, et n° 33, p. 360).

englobé par E_ρ de sphères σ', σ symétriques par rapport à M et centrées sur $\Delta'\Delta$, on déduit une corde RS de $\mathcal{F}_\rho$ parallèle à $\Delta'\Delta$ et terminée entre ces sphères, ce qui assure l'existence d'une suite infinie R_iS_i telle que les MR_i, MS_i tendent vers zéro. C. Q. F. D.

L'importance des notions de R. A. et de C. A. est confirmée par l'application que voici :

Soit E un ensemble dont l'enveloppante convexe K(E) a des points intérieurs, soit F_ρ l'ensemble des points ρ-distants de E. Si F_ρ ne pénètre pas dans K(E), tout point de cette frontière appartenant à la classe β est situé dans un plan concluant π. Si les projetantes de M situées dans π ne s'y localisent pas dans un demi-plan, le ctg en M de F_ρ a un rayon et un seul : la demi-normale externe en M à π (le ptg étant complet d'après le théorème III).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'allure des fonctions sous-harmoniques au voisinage d'un point, singulier ou non.* Note (¹) de M. **Marcel Brelot**.

1. Je reviens ici, pour la compléter, sur l'étude entreprise dans deux Notes précédentes (²). Je reprends avec les mêmes notations la fonction sous-harmonique u (au sens général de F. Riesz) au voisinage du point O, ce point exclu. Je me placerai pour le langage dans le cas du plan, l'extension à l'espace à n dimensions étant immédiate.

2. Le maximum de u sur une circonférence de ce centre O et rayon ρ est fonction convexe de $\log 1/\rho$ (³); ce maximum et son quotient par $\log 1/\rho$ ont donc des limites déterminées pour $\rho \to 0$, égales aux plus grandes limites en O de u et de λ.

3. Moyennant l'existence d'un Δu généralisé continu, j'ai indiqué dans ma dernière Note que le flux $\int_{\gamma_\rho \text{ int.}} du/dn\, ds$ tend vers $2\pi\lambda_m(O)$ quand le rayon ρ de la circonférence γ_ρ de centre O tend vers 0. Même avec la fonction u la plus générale, la proposition subsiste en définissant le flux à

(¹) Séance du 14 novembre 1932.

(²) *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 693 et 852.

(³) C'est la généralisation d'un théorème de Walther qui concerne le cas harmonique. Voir par exemple. Polya et Szegö. *Aufgaben und Lehrsätze aus der Analysis* (Springer 1925), 1, p. 145 et 332, proposition n° 320.

la façon généralisée de F. Riesz ([1]). On considère $\gamma_{\rho'}(\rho' < \rho)$ et la meilleure majorante harmonique dans la couronne $(\gamma_\rho, \gamma_{\rho'})$. Il y correspond un certain flux, qui a une limite finie quand $\rho' \to \rho$. C'est cette valeur ou celle définie de façon analogue avec $\rho' > \rho$, que l'on prend comme flux de u pour $\gamma_{\rho \text{int.}}$. L'un et l'autre de ces flux tendent vers $2\pi\lambda_m(O)$ quand $\rho \to 0$. On peut d'ailleurs généraliser en prenant pour γ une courbe plus générale entourant O.

4. *Si u est bornée supérieurement, elle est sous-harmonique même en* O, c'est-à-dire qu'on peut la définir en O de façon qu'elle soit sous-harmonique au voisinage de O, O compris. La valeur à prendre en O est d'ailleurs nécessairement $u_m(O)$.

Le théorème s'étend au cas d'une fonction sous-harmonique bornée supérieurement au voisinage d'un ensemble de capacité nulle.

L'étude faite précédemment donne, par voie directe et élémentaire, des propriétés infinitésimales d'une fonction sous-harmonique u en un de ses points ([2]). L'expression de u donnée par F. Riesz ([3]) en forme de potentiel au moyen d'une intégrale de Stieljes contient en puissance ces propriétés et permettrait de les obtenir, comme je l'ai fait antérieurement ([4]) dans le cas particulier d'un potentiel ordinaire à densité continue hors de O.

5. *Les deux cas fondamentaux.* — Pour la fonction sous-harmonique u la plus générale au voisinage de O (O exclu), il n'y a que les deux cas suivants :

a. $\lambda_m(O)$ est finie. Alors u admet une majorante harmonique, donc est la somme d'une fonction v sous-harmonique en O et d'une fonction harmonique au voisinage de O, O exclu; on peut même faire en sorte que v admette un $\lambda_m(O)$ égal à 0.

b. $\lambda_m(O) = +\infty$. Il n'existe pas de majorante harmonique. On éclairera ce cas par des exemples faciles à former d'après les remarques suivantes :

α. Si u est harmonique, $|u|$ est sous-harmonique ([5]);

([1]) F. Riesz, *Acta Litterarum Ac. Scientiarum* (Szeged), 2, 1924-1926, p. 99.

([2]) J'ajoute qu'il peut y avoir un infini négatif qui ne soit pas logarithmique; d'une façon précise on peut avoir effectivement : $u \to -\infty$ quand $M \to O$ [c'est-à-dire $u_m(O) = -\infty$] avec $\lambda_m(O) = 0$.

([3]) F. Riesz, *Acta math.*, 54, 1930, p. 350.

([4]) Voir ma *Thèse* (*loc. cit.*), *Annales de l'École Normale sup.*, 48, 1931, p. 221.

([5]) J'ajoute que si $u \geq 0$ est sous-harmonique, $u^\alpha (\alpha \geq 1)$ l'est aussi (Extension d'un théorème de F. Riezs pour le cas u harmonique) et je rappelle que $u + |u|$ est sous-harmonique avec u.

β. Une fonction convexe de $\log 1/OM$ est sous-harmonique ;

γ. Intégration de $\Delta u = \varphi(M) \geqq 0$, où φ est continue hors de O mais non sommable. On ne sait rien de l'intégration dans le cas général mais elle est possible dans le cas particulier où $\overline{OM} . \varphi(M)$ est sommable.

On remarque, Γ_ρ étant la couronne (γ_R, γ_ρ) (R fixe, $\rho \to 0$), que pour M quelconque tel que $OM > \varepsilon > 0$ (ε donné arbitraire) et ρ tendant vers zéro,

$$\log \frac{1}{OM} \int\int_{\Gamma_\rho} \varphi(P)\, d\omega_P - \int\int_{\Gamma_\rho} \log \frac{1}{PM} \varphi(P)\, d\omega_P$$

reste borné.

Grâce au procédé diagonal, on peut alors trouver une suite de $\rho \to 0$, pour laquelle la différence précédente tend vers une intégrale cherchée.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les caractéristiques du tore.* Note de M. **Arnaud Denjoy**, présentée par M. Émile Borel.

Considérons une transformation de sens constant d'un cercle C en lui-même. Soient θ l'arc définissant un point M de C, $M_1(\theta_1)$ le transformé de M, $M_n(\theta_n)$ le $n^{\text{ième}}$ transformé de M, $n^{\text{ième}}$ conséquent si n est positif, $(-n)^{\text{ième}}$ antécédent si n est négatif. Supposons que la transformation (M, M_n) soit sans point double quel que soit n. $\theta_n/2n\pi$ tend vers un nombre irrationnel α (Poincaré).

Dans une Note récente [1] M. Carleman étudie la valeur limite de la moyenne

$$\frac{F(\theta_1) + F(\theta_2) + \ldots + F(\theta_n)}{n} = S_n(F, \theta),$$

$F(\theta)$ étant une fonction du point $M(\theta)$, donc une fonction périodique de θ admettant la période 2π. M. Carleman suppose $F(\theta)$ *continue*.

J'ai eu l'occasion d'étudier cette moyenne, pour le cas où

$$F(\theta) = h(\theta) = \log \frac{d\theta_1}{d\theta},$$

quand $h(\theta)$ est continue. J'ai signalé que $\lim S_n(h) = 0$ [2]. Mon raisonnement s'applique à toute fonction continue $F(\theta)$, pour montrer que $S_n(F, \theta)$

---

[1] *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 478.

[2] *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 830-833.

tend vers une limite indépendante de θ *et ne dépendant que de* F. Cette limite serait la même pour

$$S_{-n}(F, \theta) = \frac{1}{n} \sum_{i=-1}^{i=-n} F(\theta_i).$$

En effet, on peut poser $\theta = \varphi(\omega)$, $\theta_1 = \varphi(\omega + 2\pi\alpha)$, φ étant une fonction croissante telle que $\varphi(\omega) - \omega$ ait la période 2π.

On sait que le dérivé J de l'ensemble des M_n est indépendant de M_0, il est le même pour $n + \infty$ et pour $n - \infty$. Si J coïncide avec C, $\varphi(\omega)$ est continu.

Si J diffère de C, J est totalement discontinu. $\varphi(\omega)$ a une infinité de points de discontinuité χ auxquels correspondent indistinctement tous les arguments $\theta = \tau$ d'un point décrivant un contigu σ à J.

$F(\theta)$ est une fonction $G(\omega)$, indéterminée entre le maximum et le minimum de $F(\theta)$ sur σ pour $\omega = \chi$ (quand J existe), déterminée en tout point ω distinct des χ. Mais $G(\omega)$ est continu en chacun de ces derniers points ω, *dès que* $F(\theta)$ *est continu en tout point de deuxième espèce de* J.

Donc, $G(\omega)$ est une fonction ayant au plus une infinité dénombrable de points de discontinuité. Donc, $G(\omega)$ *est intégrable au sens de Riemann.* Mais il est aisé de voir que les points d'argument

$$\omega(\theta_p) = \omega(\theta_0) + 2p\pi\alpha \qquad (p = 1, 2, \ldots, n),$$

ramenés entre 0 et 2π, sont, quand n croît, en nombre équivalent à $ns/2\pi$, sur tout intervalle de longueur s. On en conclut

$$\lim_{n\infty} S_n(F, \theta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} G(\omega)\, d\omega.$$

Si $F(\theta)$ était seulement *continu spécialement à* J, *en tout point de* J, [$F(\theta')$ tend vers $F(\theta)$ quand $M(\theta')$ tend vers $M(\theta)$ sans quitter J], la conclusion et la formule subsistent quel que soit $M_0(\theta_0)$ *sur* J. Mais pour $M_0(\theta_0)$ étranger à J, il ne peut en ce cas rien être dit de général.

Si J *se confond avec* C, *et si* F *est borné, mesurable* (B), alors $S_n(F, \theta)$ *regardé comme une fonction* $\Sigma_n(G, \omega)$ *de* ω, *converge en mesure vers la même limite* (qui est alors une intégrale de Lebesgue) en vertu d'une propriété générale des sommes de Riemann [Intégration (B), *Comptes rendus*, 169, 1919, p. 219].

Si

$$h_n(\theta) = \log \frac{d\theta_n}{d\theta} = n\, S_n(h, \theta)$$

et si

$$h(\xi) = g(\omega),$$

la condition

$$\int_0^{2\pi} e^{h_n(\theta)}\, d\theta = \int_0^{2\pi} e^{-h_n(\theta)}\, d\theta_n = 2\pi$$

entraîne

$$\int_0^{2\pi} g(\omega)\, d\omega = 0 = \lim S_n(h),$$

comme il a été rappelé plus haut.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur quelques applications des fonctions hypergéométriques.* Note [1] de M. **Jacques Devisme**, présentée par M. Élie Cartan.

I. Nous avons déjà signalé [2] quelques généralisations des polynomes de Gegenbauer et d'Hermite. De nouvelles généralisations peuvent s'obtenir à partir des deux fonctions génératrices

$$[1 - 3hx - 3(h^2 - kl) \text{[illegible]}$$

et

$$e^{\text{[illegible]}}.$$

Comme k et l n'apparaissent que par leur produit, on peut aussi poser $kl = \lambda$ et l'on a des polynomes à deux indices.

Signalons aussi la fonction génératrice

$$[1 - 3hx - 3ky - 3lz + 3(h^2 - kl)u$$
$$+ 3(k^2 - lh)v + 3(l^2 - hk)w - (h^3 + k^3 + l^3 - 3hkl) \text{[illegible]}$$

qui généralise la fonction génératrice des polynomes $V^s_{m_1, m_2}$ d'Appell.

D'autres généralisations relatives à cet ordre de questions s'obtiennent aisément.

II. Considérons les équations

(1) $$k\,\Delta_3 U = \frac{\partial U}{\partial t},$$

(2) $$k\,\Delta_3 U = \frac{\partial^2 U}{\partial t^2},$$

---

(1) Séance du 14 novembre 1932.

(2) *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 437.

où $\Delta_3 U$ est l'opérateur de M. P. Humbert

$$\frac{\partial^3 U}{\partial x^3}+\frac{\partial^3 U}{\partial y^3}+\frac{\partial^3 U}{\partial z^3}-3\frac{\partial^3 U}{\partial x\,\partial y\,\partial z}.$$

Des calculs simples montrent que la première équation admet les intégrales

$$t^n\rho^m P(m\theta, m\varphi)\,{}_1F_2\left[-n;\ 1,\ m+1;\ \frac{-\rho^3}{27kt}\right],$$

$$t^n\rho^{-2m} P(m\theta, m\varphi)\,{}_1F_2\left[-n;\ 1-m,\ 1-m;\ \frac{-\rho^3}{27kt}\right],$$

et que la deuxième admet les intégrales

$$t^n\rho^m\ P(m\theta, m\varphi)\,{}_2F_2\left(-\frac{n}{2}, \frac{1-n}{2};\ 1,\ m+1;\ \frac{\rho^3}{108kt^2}\right),$$

$$t^n\rho^{-2m} P(m\theta, m\varphi)\,{}_2F_2\left(-\frac{n}{2}, \frac{1-n}{2};\ 1-m,\ 1-m;\ \frac{\rho^3}{108kt^2}\right),$$

ρ, θ, φ étant définis par le changement de variables

$$x=\rho P(\theta, \varphi), \qquad y=\rho Q(\theta, \varphi), \qquad z=\rho R(\theta, \varphi),$$

où $P(\theta, \varphi)$, $Q(\theta, \varphi)$, $R(\theta, \varphi)$ sont les fonctions d'Appell.

Ces théorèmes complètent ceux énoncés par M. P. Humbert [1] pour l'équation

$$\Delta_3 U=\frac{\partial^3 U}{\partial t^3}.$$

III. On peut, ainsi que l'a fait M. P. Humbert pour l'équation (1), chercher les intégrales de (2) qui sont de la forme

$$e^{\alpha x+\beta y+\gamma z+\delta t}.$$

Il est avantageux d'écrire les constantes de façon à mettre l'exponentielle sous la forme

$$e^{(a^2-bc)x+(b^2-ca)y+(c^2-ab)z+\delta t}.$$

Par changement de variables convenable [2] on peut écrire encore cela sous la forme

$$e^{(h^2-kl)u+(k^2-lh)v+(l^2-hk)w+hkl\,t};$$

les polynomes $P(u, v, w)$ qui proviennent de cette fonction génératrice

---

(1) *J. Math. pures et appl.*, 8, 1929, p. 145; *Atti Pont. Acc. Nuovi Lincei*, 83, 1930, p. 128.

(2) Cf. M. P. Humbert, *Ann. Soc. scient.* Bruxelles, série A, 49, 1929, p. 113.

peuvent s'exprimer au moyen de ceux à une variable, définis à partir du développement

$$[illegible] = \sum [illegible] \mathrm{P} [illegible]$$

ce qui nous ramène aux questions du paragraphe I.

L'étude détaillée des équations (1), (2), (3) et des polynomes considérés paraîtra dans un autre Recueil.

IV. Signalons pour terminer une généralisation de certains résultats de M. Angelesco [1]. Si l'on considère les polynomes définis par le développement

$$(1-z)^{\lambda}(1-zx)^{\mu}(1-zy)^{\nu} = \sum z^n \mathrm{P}_n(x, y; \lambda, \mu, \nu),$$

on trouve aisément que

$$\mathrm{P}_n(x, y; \lambda, \mu, \nu) = \frac{\lambda(\lambda-1)\ldots(\lambda-n+1)}{n!} \mathrm{F}_1(-n; -\mu, -\nu, \lambda-n+1; x, y),$$

ce qui nous donne un exemple de polynomes hypergéométriques définis par la fonction F_1. Nous reprendrons ultérieurement ce résultat.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur une classe de séries de Taylor.* Note de M. G. Bourion, présentée par M. Hadamard.

Les deux théorèmes de M. Ostrowski sur l'ultraconvergence pour les séries de Taylor peuvent être interprétés ainsi : on caractérise par une propriété d'une suite partielle de polynomes-sections [L'ultraconvergence en tout point régulier du cercle de convergence (voir A. Ostrowski, *Sitz. preuss. Akademie*, 1921, p. 557-565, et 1922, p. 185-192)] les séries qui appartiennent à la classe suivante : elles sont la somme d'une série, *n'ayant pas son cercle de convergence comme coupure*, qui présente une infinité de lacunes de largeur relative bornée inférieurement, et d'une série à rayon de convergence plus grand. L'objet de cette Note est de montrer qu'on peut également caractériser par une propriété simple d'une suite partielle de polynomes-sections les séries de Taylor qui ont la structure suivante : on peut les obtenir comme somme d'une série qui présente une infinité de lacunes de largeur relative bornée inférieurement et d'une série à rayon de convergence plus grand. Je donne ensuite quelques indications sur la convergence des suites de polynomes-sections d'une série de Taylor.

---

(1) *Nouvelles Annales de Mathématiques*, 5, III, 1925, p. 161.

1. $\sum_0^\infty a_\nu x^\nu$ désigne une série dont le rayon de convergence est *un*, $f(x)$ est la fonction analytique définie par cette série; $s_n(x)$ est le polynome-section $\sum_0^n a_\nu x^\nu$. On établit facilement l'inégalité suivante :

$$\frac{1}{n}\log|s_n(x)| < \log|x| + \varepsilon_n(x),$$

valable dans la région $|x| \geq 1$, où $\varepsilon_n(x)$ tend vers zéro uniformément dans tout domaine borné de cette région. Pour les séries ayant la structure indiquée, il existe une suite partielle s_{n_k} pour laquelle cette inégalité peut être améliorée :

$$\frac{1}{n_k}\log|s_{n_k}(x)| < \theta \log|x| + \varepsilon_{n_k}(x)$$

dans une couronne $1 \leq x < R$; $\theta < 1$.

La réciproque est exacte :

Si pour une suite partielle s_{n_k} *de polynomes-sections, on a, dans un domaine* (D) *extérieur au cercle de convergence*

$$(1) \qquad \frac{1}{n_k}\log|s_{n_k}(x)| < u(x)$$

ou

$$(1') \qquad \frac{1}{n_k}\log|s_{n_k}(x)| < u(x) + \varepsilon_{n_k}(x),$$

où $u(x)$ *est inférieure à* $\log|x|$ *dans* (D) : *on peut indiquer deux nombres* λ *et* ρ, $\lambda < 1$, $\rho > 1$, *ne dépendant que de* (D) *et de la fonction* $u(x)$, *de telle sorte que les termes* $a_n x^n$ *de la série donnée pour lesquels* n *appartient à l'un des intervalles* $\lambda n_k < n \leq n_k$ *forment une série dont le rayon de convergence soit au moins égal à* ρ.

Si, de plus, (D) est intérieur au domaine d'existence de $f(x)$, on peut indiquer λ, λ' et ρ, $\lambda < 1 < \lambda'$, $\rho > 1$, dépendant seulement de (D) et de $u(x)$, de sorte que $\Sigma a_n x^n$ étendue aux n compris dans les intervalles $\lambda n_k < n < \lambda' n_k$ définisse une série de rayon de convergence au moins égal à ρ [1].

---

[1] Ce deuxième énoncé pourrait se déduire du précédent et des résultats de M. Ostrowski; mais en l'établissant directement, on obtient une démonstration particulièrement simple de ces derniers.

Dans les deux énoncés précédents, on peut remplacer le domaine (D) par un *ensemble qui n'est pas de capacité nulle*.

2. En appliquant ces résultats au cas de l'ultraconvergence, on retrouve le second théorème de M. Ostrowski [inégalité (1'), $u(x) = 0$]. Nous voyons de plus que l'on peut remplacer, dans ce théorème, l'hypothèse de l'ultraconvergence par la suivante : les s_{n_k} convergent uniformément, ou simplement sont bornés, dans un domaine intérieur au domaine d'existence de $f(x)$ et qui n'est pas forcément d'un seul tenant avec le cercle de convergence. On remarquera que cette dernière hypothèse entraîne après coup l'ultraconvergence des s_{n_k}.

La convergence uniforme des s_{n_k} dans un domaine extérieur au domaine d'existence de $f(x)$ entraîne seulement la possibilité de faire apparaître des lacunes *à la fin* des s_{n_k}. Dans ce cas, ou bien il y a ultraconvergence des s_{n_k}, ou bien le cercle de convergence est une coupure pour $f(x)$.

La *convergence* simple des s_{n_k} dans un domaine (D) ou sur un arc rectifiable entraîne, pour la structure de la série, les mêmes conséquences que leur convergence uniforme; mais λ et ρ, ou λ, λ' et ρ, ne peuvent plus être choisis, dépendant seulement du domaine (D). La convergence en une infinité de points ne suffit pas, comme des exemples le montrent.

3. Il est facile de former : 1° des exemples où il y a à la fois ultraconvergence des s_{n_k} et convergence des s_{n_k} dans un domaine intérieur au domaine d'existence de $f(x)$, mais séparé du domaine d'ultraconvergence; 2° des exemples où les s_{n_k} convergent dans plusieurs domaines vers des fonctions analytiques différentes. Voici un résultat général :

Étant donnés des domaines (D_1), (D_2), ... (en nombre fini ou non), simplement connexes, deux à deux sans points intérieurs communs et dont aucun n'a le point à l'infini comme point intérieur, on peut construire une série de Taylor pour laquelle une suite partielle de polynomes-sections a les (D_ν) pour domaines de convergence uniforme.

Dans le cas d'un domaine unique ayant l'origine comme point intérieur, ce résultat a été donné par M. Ostrowski [1].

Si l'origine n'est intérieure à aucun des (D_ν), on obtient une série à rayon de convergence nul.

4. Étant donnée une suite n_k d'entiers, telle que $\overline{\lim}\, n_{k+1}/n_k > 1$, on peut former une série de Taylor pour laquelle la suite s_{n_k} est effectivement ultraconvergente.

---

(1) *Zur Theorie der Ueberkonvergenz* (*Math. Ann.*, 103, 1930, p. 15).

Étant données deux suites n_k et m_j, s'il existe un nombre $\theta (\theta > 1)$ tel que, pour une infinité de valeurs de j, l'intervalle $(1/\theta m_j, \theta m_j)$ ne renferme aucun n_k, *on peut former une série pour laquelle il y a ultraconvergence pour les* s_{n_k} *et non pour les* s_{m_j}.

Ceci permet de construire une série ayant deux suites partielles ultraconvergentes de polynomes-sections, avec deux domaines d'ultraconvergence différents dont aucun ne contient entièrement l'autre.

5. Si $\overline{\lim}\, n_{k+1}/n_k = h$, et si 2ω désigne la mesure totale (en radians) des arcs de $|z| = R$ intérieurs aux domaines de convergence uniforme des s_{n_k}, *on peut donner une borne supérieure de* ω *en fonction de* R *et de* h, ou encore une borne inférieure de h en fonction de ω et R; j'indiquerai la suivante :

$$h > \frac{\pi}{\alpha}, \qquad \text{où} \qquad \cos\alpha = -\cos\omega - \frac{2R\sin^2\omega}{R^2 + 2R\cos\omega + 1};$$

en particulier, si ω a une limite $\bar{\omega}$ quand R augmente indéfiniment, on a

$$h > \frac{\pi}{\pi - \bar{\omega}}.$$

ÉLASTICITÉ. — *Pièces rectangulaires planes de faible épaisseur soumises à des pressions périphériques situées dans leur plan.* Note de M. **Robert L'Hermite**, présentée par M. Mesnager.

Les équations de Maurice Levy, concernant l'élasticité plane à deux dimensions, sont satisfaites en faisant

$$N_1 = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}, \qquad N_2 = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}, \qquad T = \frac{\partial^2 F}{\partial x\, \partial y},$$

où F est une fonction biharmonique, solution de l'équation $\Delta^2\Delta^2 F = 0$.

Prenons, pour F, la fonction biharmonique suivante :

$$F(x, y) = \sum_m A_m \varphi_m(\beta) \cos m\pi\alpha + B_m \varphi'_m(\beta) \cos m\pi(1-\alpha)$$
$$+ C_m \varphi_{m+1}(\alpha) \cos(m+1)\pi\beta + D_m \varphi_{m+1}(\alpha) \cos(m+1)\pi(1-\beta),$$

dans laquelle

$$\varphi_k(l) = k\pi(1-l)\,\text{ch}\, kl\pi + \text{sh}\, kl\pi, \qquad \varphi'_k(l) = \varphi_k(1-l), \qquad \alpha = \frac{x}{L}, \qquad \beta = \frac{y}{H},$$

A, B, C, D sont des constantes dépendant des conditions de limites; L, H sont la longueur et la hauteur du rectangle.

Nous remarquons que la dérivée seconde $\partial^2 F / \partial x \partial y$, représentant le cisaillement tangentiel, s'annule sur tout le périmètre du rectangle considéré. De cette façon il ne reste plus, pour déterminer les constantes, qu'à appliquer les conditions dues aux pressions normales et qui sont :

$$\frac{\partial^2 F(x, H)}{\partial x^2} = P_1(x), \qquad \frac{\partial^2 F(x, o)}{\partial x^2} = P_2(x),$$

$$\frac{\partial^2 F(L, y)}{\partial y^2} = P(x), \qquad \frac{\partial^2 F(o, y)}{\partial y^2} = P(x).$$

où p sont les fonctions représentant les forces normales appliquées sur chacun des côtés.

Deux intégrations successives des fonctions précédentes nous permettent d'écrire sur chaque côté $F = \mathfrak{M}$. Cette dernière lettre représente le moment de flexion de la poutre ayant comme longueur celle du côté et supportant les mêmes charges.

Il est évident que, avec la solution précédente, la somme des forces appliquées sur chaque côté doit être nulle car $\partial F/\partial X$ et $\partial F/\partial Y$ s'annulent aux quatre sommets du rectangle.

Ceci étant posé, le calcul des constantes contenues dans la fonction F peut se faire en considérant sur le contour un nombre limité de points et d'établir ainsi plusieurs égalités entre F et $\mathfrak{M}$. On obtient un système linéaire dont les racines sont les constantes cherchées.

Suivant cette méthode, on n'obtient qu'une solution approchée mais pratiquement acceptable si le nombre m est suffisamment élevé. On peut dire qu'on substitue aux actions périphériques des actions pratiquement équivalentes présentant des résultats simplifiés. Il est d'ailleurs facile de se rendre compte de l'approximation obtenue. Il suffit de calculer $F(x, y)$ en plusieurs points du périmètre autres que ceux ayant servi à déterminer les constantes et de comparer les valeurs obtenues avec celles qui étaient imposées.

La fonction F peut se simplifier dans certains cas particuliers de disposition des charges. Nous allons énumérer ceux-ci avec les simplifications qui les accompagnent. La considération de cas de charges plus complexe et même de la charge quelconque peut se faire à l'aide de la superposition de plusieurs des cas élémentaires suivants où le calcul sera fait en supposant les pressions nulles sur deux côtés AB et CD du rectangle ABCD, où Δ est l'axe parallèle à AB.

Pressions égales et de signes contraires sur AD *et* BC.

Pressions symétriques par rapport à Δ..........................

$$F(xy) = \sum_m \begin{Bmatrix} A_m[\varphi_m(\beta) - \varphi'_m(\beta)] \cos m\eta\alpha \\ + B_m[\varphi_{m+1}(\alpha) - \varphi'_{m+1}(\alpha)] \cos (m-1)\eta\beta \end{Bmatrix}$$

Pressions inversement symétriques par rapport à Δ................

$$F(xy) = \sum_m \begin{Bmatrix} A_m[\varphi_{m+1}(\beta) - \varphi'_{m+1}(\beta)] \cos (m+1)\eta\alpha \\ + B_m[\varphi_{m+1}(\alpha) - \varphi'_{m+1}(\alpha)] \cos (m+1)\eta\beta \end{Bmatrix}$$

Pressions égales et de mêmes signes sur AD *et* BC.

Pressions symétriques par rapport à Δ..........................

$$F(xy) = \sum_m \begin{Bmatrix} A_m[\varphi_m(\beta) + \varphi'_m(\beta)] \cos m\eta\alpha \\ + B_m[\varphi_m(\alpha) + \varphi'_m(\alpha)] \cos m\eta\beta \end{Bmatrix}$$

Pressions inversement symétriques par rapport à Δ................

$$F(xy) = \sum_m \begin{Bmatrix} A_m[\varphi_{m+1}(\beta) + \varphi'_{m+1}(\beta)] \cos (m+1)\eta\alpha \\ + B_m[\varphi_m(\alpha) + \varphi'_m(\alpha)] \cos m\eta\beta \end{Bmatrix}$$

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *L'observation directe des protubérances à Meudon.* Note de M. **Bernard Lyot**, présentée par M. Esclangon.

L'observation visuelle et photographique des protubérances solaires a été faite, jusqu'à maintenant, soit directement, en utilisant simplement une lunette ou une chambre photographique, soit indirectement, en isolant la lumière d'une raie chromosphérique appropriée avec le spectroscope à fente large, le spectrohélioscope ou le spectrohéliographe.

La méthode directe présente, sur l'emploi du spectroscope à fente large, l'avantage de donner un champ d'observation beaucoup plus étendu et, sur le spectrohélioscope et le spectrohéliographe, l'avantage de fournir des images beaucoup plus lumineuses et plus riches en détails; cette méthode n'avait été employée, jusqu'à présent, que pendant les éclipses totales.

En 1930 et en 1931, j'ai réussi à observer directement les protubérances et à les photographier au Pic du Midi, sans qu'il y ait eu d'éclipse, en pointant sur le Soleil un coronographe qui éliminait la diffusion instrumentale [1]. Ces observations nécessitaient un ciel assez transparent que l'on rencontre d'ailleurs très fréquemment au Pic du Midi. Pendant les

---

[1] *Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 834, et **193**, 1931, p. 1169.

mois de juillet et août 1941, par exemple, au cours de 18 journées, la brillance du ciel au voisinage du bord solaire, mesurée en lumière rouge, s'est abaissée à des valeurs inférieures à 5 millionièmes de la brillance du Soleil et, au cours de 13 journées, à des valeurs comprises entre 5 et 10 millionièmes. Dans le premier cas, les protubérances se montraient avec leur couleur propre, sans l'interposition d'aucun filtre coloré; dans le deuxième cas, l'emploi d'un verre rouge suffisait pour les faire apparaître.

Le même appareil, expérimenté à Meudon pendant les mois de mai et juin 1942, a donné des résultats médiocres : même avec un bon écran rouge, les protubérances n'ont été visibles que quatre fois et leurs contrastes étaient peu accusés. En effet, à Meudon, par les plus belles journées, la brillance du ciel au voisinage du bord solaire est environ trente fois plus forte qu'au Pic du Midi et elle s'abaisse rarement au-dessous de 50 millionièmes.

J'ai donc été amené à étudier un écran monochromatique très transparent pour la raie rouge H_α, de longueur d'onde 6563 Å et ne laissant passer qu'une petite portion du spectre continu. Des solutions de colorants, de sels métalliques, principalement de terres rares et des verres colorés, ont été comparés. A la suite de ces essais, j'ai constitué le filtre avec une cuve de 2^{cm} d'épaisseur et de 3^{cm} de diamètre pleine d'une solution aqueuse saturée de nitrate de néodyme légèrement acide. La cuve est formée d'un tube de caoutchouc très épais dont une extrémité est fermée par une glace en verre incolore, l'autre par une glace de 5^{mm} d'épaisseur, taillée dans un verre de schott RG 2.

Le nitrate de néodyme absorbe la plus grande partie du spectre extrême rouge et infrarouge. Le verre de schott absorbe toutes les longueurs d'ondes supérieures à 6500 Å avec une limite d'absorption bien tranchée. Le filtre, ainsi constitué, laisse passer une bande de spectre continu dont la largeur moyenne est de 80 Å et au milieu de laquelle se trouve la raie C. Il possède d'autres bandes de transmission très étroites dans l'extrême rouge et l'infrarouge, situées vers 7060, 7610, 8205 et 8930 Å. La première, seule, impressionne sensiblement l'œil et les plaques panchromatiques ordinaires sans augmenter notablement la lumière diffusée.

Ce filtre est installé à la suite de l'objectif du coronographe et l'ensemble est placé sur la nouvelle table équatoriale de l'Observatoire de Meudon. Il fait apparaître les protubérances avec intensité, même par ciel brumeux ou à travers de légers nuages, tant que la brillance du ciel, près du bord

solaire, ne dépasse pas 500 millionièmes de celle du Soleil. Cette condition est presque toujours réalisée à Meudon lorsqu'il n'y a pas de cirrus devant le Soleil. L'homogénéité optique du liquide est facile à réaliser en agitant la cuve avant l'observation et, lorsque les conditions atmosphériques sont favorables, les images des protubérances possèdent toute la finesse correspondant à l'ouverture utilisée (9^{cm}).

Un temps de pose de une seconde suffit pour obtenir une image solaire de 8^{cm} de diamètre tandis qu'au spectrohéliographe il faut une pose de plusieurs minutes.

Cette méthode permettra donc d'analyser, au moyen de films cinématographiques, les mouvements complexes des protubérances et, peut-être, de découvrir ainsi le mécanisme de leur illumination.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur la formation des ions négatifs d'après la mécanique quantique.* Note de M. Y. **Rocard**, présentée par M. Henri Villat.

Le phénomène de la fixation d'un électron sur une molécule est connu expérimentalement. Il a été étudié dans les électrolytes, et l'on sait d'autre part que, au moins dans le cas de la molécule de chlore, il donne lieu à l'émission d'un spectre particulier dit d'électro-affinité. Il nous a paru possible de donner une idée théorique approximative de la nature de ce spectre et de ses limites, et les résultats numériques obtenus suggèrent que ces spectres peuvent jouer un certain rôle dans la luminosité du ciel nocturne.

Envisageons une molécule *polarisable* placée dans le champ e/r^2 d'un électron. Elle prend le moment

$$m_1 = \left(\frac{\varepsilon - 1}{4\pi n}\right)\frac{e}{r^2}, \tag{1}$$

ε étant la constante diélectrique d'un gaz contenant n de ces molécules par centimètre cube. Le doublet m, produit à l'endroit où est l'électron le champ $2m/r^3$, d'où une force attractive résultante, qui dérive du potentiel

$$\varphi = \left(\frac{\varepsilon - 1}{8\pi n}\right)\frac{e^2}{r^4}. \tag{2}$$

Soit alors r_0 la distance à laquelle va se fixer l'électron à partir du centre de la molécule. Si l'électron vient de l'infini avec une force vive $mV^2/2$, et si l'on admet que l'électron fixé à la molécule ne garde qu'une énergie ciné-

tique négligeable, le transfert d'énergie de l'électron extérieur à l'édifice moléculaire étant aussi négligeable, il y aura une perte d'énergie qui d'après l'ancienne théorie des quanta se retrouverait dans l'émission d'un photon de fréquence ν telle que

$$h\nu = \frac{\varepsilon - 1}{8\pi n}\frac{e^2}{r_0^4} + \frac{1}{2}mV^2; \tag{3}$$

V pouvant prendre des valeurs variables, il y aurait donc émission d'un spectre continu limité inférieurement en fréquence.

Si au lieu d'une molécule isotrope polarisable, on a une molécule à dipôle ou quadrupôle permanent, on est amené à des calculs semblables, avec une complication due aux coordonuées d'angles.

Il est toutefois nécessaire d'examiner le problème dans la Mécanique ondulatoire. Si l'on pose pour la fonction d'onde Ψ

$$\Psi = S_n(\theta, \varphi)\chi(r),$$

en faisant abstraction du facteur de temps, on trouve pour $\chi(r)$ l'équation d'onde

$$\frac{d^2\chi}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{d\chi}{dr} + \left[\frac{8\pi^2 m}{h^2}\left(E + \frac{\varepsilon - 1}{8\pi n}\frac{e^2}{r^4}\right) - \frac{\mu(\mu+1)}{r^2}\right]\chi = 0, \tag{4}$$

avec des notations classiques. J'ai pu démontrer que cette équation n'admet pas de valeurs propres discrètes, ce qui exclut la possibilité d'orbites définies pour l'électron extérieur, avec émission d'un spectre de raies. Il en est de même pour toute une classe d'équations plus générales que (4) et qui correspondent à des problèmes physiques qu'on pourrait se poser. Si l'on envisage l'émission du spectre continu d'après cette équation, on trouve qu'elle ne peut rendre compte de l'existence de la fréquence limite donnée par (3) pour $V = 0$, car dans l'équation (4) rien n'oblige r à se limiter à r_0. Il vaut mieux envisager la question comme un problème de perturbation : on supposera la molécule en train d'émettre son spectre propre, un électron vient se fixer sur elle, l'énergie de perturbation est en première approximation donnée par (3); aux fréquences propres de la molécule viendrait alors s'ajouter, d'après le résultat général du calcul des perturbations, sensiblement la fréquence ν; cette fréquence est dans le rouge pour H^2 et He par exemple. En admettant pour r_0 le rayon même de la molécule, ce qui est une valeur certainement par excès, je calcule en effet les longueurs d'ondes λ correspondant à ν : 5700 Å pour H^2, 9300 Å pour He (par excès). Le spectre de rotation de la molécule H^2 par exemple, qui s'étend dans

l'infrarouge lointain, serait donc entièrement transporté dans le visible, et transformé en spectre continu, dans la création d'un ion négatif. Les calculs pourraient se faire explicitement suivant la méthode de M. L. Brillouin [1] pour les grosses perturbations.

Or on sait que la brillance du ciel nocturne est, pour la proportion d'un quart environ, d'origine encore inexpliquée, principalement dans le rouge. Dans la haute atmosphère, constituée principalement par l'hélium, nous avons en abondance des électrons libres (couche de Heaviside) à raison de 5.10^5 environ par centimètre cube. On peut estimer qu'un électron y subit 5.10^7 chocs par seconde. Si la probabilité de formation d'un ion dans un choc électron-molécule est α, si dans chaque formation d'ion est émise l'énergie $h\nu = 3,5.10^{-12}$ erg, en lumière rouge correspondant à un rendement de 0,1 watt par bougie, si enfin on raisonne sur une couche de Heaviside de 30^{km} d'épaisseur, alors on s'explique une brillance de l'ordre de 10^{-8} bougie par centimètre carré, comme celle du ciel nocturne, en admettant $\alpha = 4.10^{-11}$. Or cette probabilité, bien que faible, est de l'ordre de celle trouvée dans les cas expérimentaux connus. La formation d'ions négatifs d'hélium ou d'hydrogène dans la couche de Heaviside paraît donc capable de rendre compte d'une bonne partie du spectre continu de la lumière du ciel nocturne.

SPECTROSCOPIE. — *Sur l'absorption de la lumière de fluorescence de* I_2 *par cette même vapeur.* Note [2] de M. I. I. **Agarbiceanu**, présentée par M. A. Cotton.

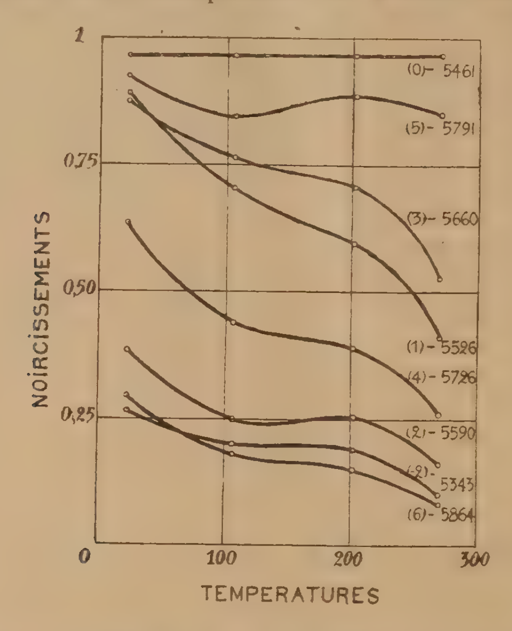
Nous nous sommes proposé d'étudier la répartition spectrale de l'absorption de la lumière de fluorescence de I_2 par cette même vapeur, la vapeur absorbante étant portée à différentes températures.

Dans ce but nous avons mis entre la fente du spectrographe et le ballon renfermant la vapeur fluorescente un ballon non vidé, en verre, contenant une trace d'iode. Le ballon était placé dans un four électrique et la lumière de la fluorescence, produite à l'aide d'un dispositif où une lampe Cooper-Hewitt en verre servait de source, le traversait. Nous avons fait sur une même plaque quatre poses à temps d'exposition égal, à 23°, 105°, 203° et

(1) *Journal de Physique*, 7e série, 3, 1932, p. 373.

(2) Séance du 14 novembre 1932.

270° (degrés centigrades). Les courbes microphotométriques de ces clichés ont permis de tracer le graphique ci-dessous qui donne, en fonction de la température, la variation du noircissement produit par chaque raie sur la plaque. Admettant que le noircissement est proportionnel aux intensités des raies (sauf pour la raie surexposée 5461) et que les intensités, en absorption comme en émission, sont proportionnelles aux nombres des molécules dans les états correspondant aux diverses raies, les courbes



tracées donnent des indications sur les répartitions des molécules dans ces états et sur les probabilités de passage entre les niveaux respectifs. La partie de l'axe des ordonnées comprise entre 0 et 1 représente l'élongation maximum du spot du microphotomètre. Si l'on considère les valeurs obtenues en calculant d'après ces diagrammes le rapport I 23°/I 270° pour les raies — 2, 1, 2, 3, 4, 6 on obtient respectivement les valeurs suivantes : 0,38; 0,44; 0,038; 0,59; 0,39; 0,26. On remarque qu'on trouve le même rapport d'absorption voisin de 0,38 pour les raies — 2, 2 et 4. On a constaté également en étudiant l'émission une parenté entre ces termes (¹). On remarque ensuite sur le graphique que les courbes présentent trois régions :

(¹) *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 123.

elles sont à pente rapide au début, moins rapide ou même ascendante dans la seconde région et descendent ensuite de nouveau rapidement. Si la première région peut s'interpréter par l'accroissement de la densité de la vapeur, la seconde et la troisième sont plus difficiles à expliquer puisque le petit cristal d'iode était complètement vaporisé vers 70°.

La considération du spectre d'absorption de I_2 nous apprend que les raies — 2, 1, 2, 3, 4, 5, 6 peuvent être absorbées par des molécules appartenant respectivement aux niveaux de vibration qui donnent naissance aux bandes : $[v''=0, v'=32]$; $[(v''=0, v'=24); (v''=1, v'=26)]$; $[(v''=1, v'=24); (v''=0, v'=21)]$; $[(v''=0, v'=19); (v''=1, v'=21)]$; $[v''=0, v'=17)$ (¹); $(v''=1, v'=19)]$; $[(v''=0, v'=15)$ (¹); $(v''=1, v'=17)$; $(v''=2, v'=19)]$; $[(v''=1, v'=15); (v''=2, v'=17)]$. La loi de répartition de Maxwell-Boltzmann $N_v = N e^{-\frac{hc\omega v}{kT}}$, entre les niveaux de vibration, ne peut pas expliquer l'allure des courbes. De même la répartition, d'après la même loi, des molécules entre les niveaux de rotation ne peut en donner une interprétation : par exemple la raie — 2 qui se comporte comme la raie 2 se trouve à 15 Å de la tête de bande $[v''=0, v'=32]$ tandis que la dernière se trouve à environ 2 Å de la tête de bande $[v''=0, v'=21]$(²). Il semble que ce sont les probabilités de passages entre les niveaux inférieurs et supérieurs qui augmentent avec la température.

Il est intéressant de rapprocher ces considérations de l'hypothèse de Turner (³) sur l'augmentation de la probabilité de prédissociation par chocs. Ce phénomène se traduit par l'élargissement des raies d'absorption et correspond à une diminution de la vie moyenne d'une molécule excitée. Il en résulte un accroissement de l'absorption. Nous avons constaté sur des clichés faits au début de cette année, avec un spectrographe à réseau concave, alors que nous ne connaissions pas les travaux de Loomis et Fuller (⁴), l'action des gaz étrangers sur l'absorption de l'iode. Les microphotogrammes relevés sur ces clichés ont montré une distribution différente de l'intensité suivant que le tube était vide ou non. Dans l'expérience relatée dans cette Note l'absorption se trouve donc augmentée à la fois par l'effet des gaz étrangers présents et par celui des chocs dont le nombre augmente avec la température.

(¹) *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 702.

(²) D'après les règles de sélection on en déduit que les molécules qui absorbent ces deux raies ne peuvent pas avoir le même j''.

(³) L.-A. Turner, *Phys. Rev.*, 41, 1932, p. 627.

(⁴) F.W. Loomis et H.-R. Fuller, *Phys. Rev.*, 39, 1932, p. 180.

MAGNÉTO-OPTIQUE. — *Dichroïsme circulaire magnétique et dispersion rotatoire magnétique anormale des solutions de chlorure de cobalt.* Note de M. **M. Schérer**, présentée par M. A. Cotton.

Nous avons pu, dans le champ magnétique du grand électro-aimant de Bellevue, mettre nettement en évidence pour des solutions aqueuses de chlorure de cobalt le dichroïsme circulaire magnétique que M. Cotton recherchait déjà en 1896 [1]. En même temps nous avons précisé les anomalies de leur dispersion rotatoire magnétique.

Le dispositif optique, par lequel on a cherché à perdre le moins de lumière possible, forme une image des sources lumineuses dans le liquide étudié. Il comprend un système afocal de deux lentilles minces et non trempées ($f = 15^{cm}$), logées dans les tubes centraux de l'éléctro-aimant, le foyer commun étant placé au centre de l'entrefer. Le glazebrook polariseur est aussi lui-même placé contre la pièce polaire percée, après la première lentille du système afocal; on peut le faire car dans les champs employés le magnétisme n'exerce aucune influence sensible sur les propriétés optiques du spath quand le faisceau lumineux est normal à l'axe optique. Le faisceau parallèle émergent est analysé avec un appareil de Chaumont dont les plages sont munies d'un prisme de Lippich et d'une lame quart d'onde pour $\lambda = 546^{m\mu}$; le compensateur (immergé) est également $\lambda/4$ pour la même radiation.

La méthode employée est celle de Stokes, de sorte qu'un quart d'onde exact est inutile. Deux monochromateurs à déviation constante émettant des faisceaux parallèles, que l'on peut substituer l'un à l'autre avec un prisme à réflexion totale, permettent d'employer soit les radiations de l'arc au mercure, soit celles émises par une vapeur métallique excitée, par le dispositif d'Esclangon [2], dans un champ oscillant de haute fréquence. Les radiations utilisées sont celles du cadmium, du zinc et du sodium. Nous avons complété les courbes en employant certaines radiations des arcs au cuivre et au fer.

La distance des monochromateurs à l'analyseur est de 5^{m} environ. Les cuves, de 2^{mm} d'épaisseur, fermées par des glaces de verre non trempé, sont placées dans un entrefer de 8^{mm} environ. Le champ moyen est de 50 kilogauss [3].

Ellipticités. — Le double des plus grandes ellipticités 2β mesurées est pour la solution de $CoCl^2$ voisin de $1°,50$ (voir la figure).

La courbe de dichroïsme a un maximum à $510^{m\mu}$ et ne paraît pas exactement symétrique par rapport à ce maximum. L'ellipticité décroît d'ailleurs très rapidement en dehors de la bande, comme dans le cas du dichroïsme

---

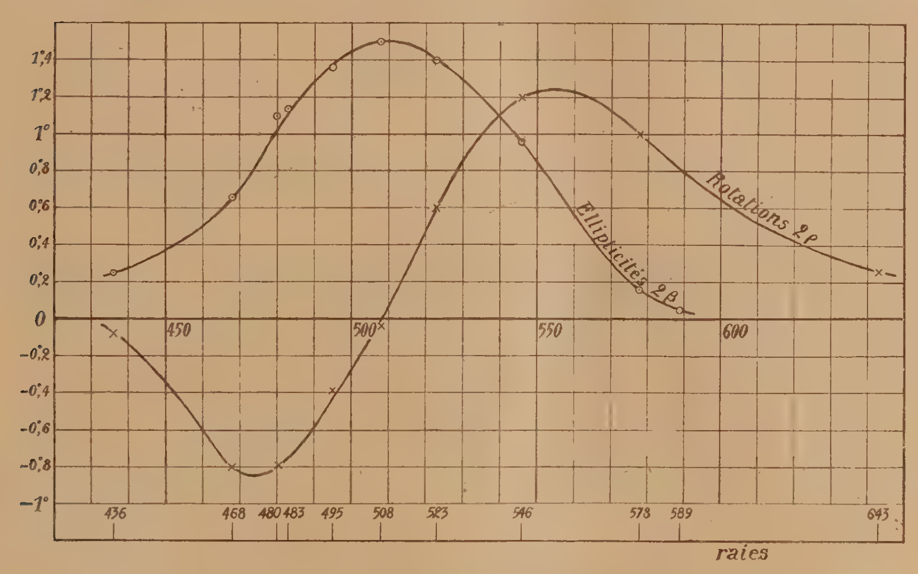
(1) A. Cotton, *L'Éclairage électrique*, 8, 1896, p. 162 et 199.

(2) F. Esclangon, *Revue d'Optique*, 10, 1932, p. 399.

(3) A. Cotton, G. Dupouy et M. Schérer, *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 405.

circulaire naturel. Les vibrations elliptiques observées ont le sens des courants d'Ampère.

Rotations. — Les courbes ci-dessous se rapportent à une solution de densité $d_{19} = 1,122$ et de titre (1) en $CoCl^2$, $\tau = 0,138$, titre déterminé électrolytiquement par Mme. M.-L. Brouty. Des rotations mesurées on a, bien entendu, retranché celles qui sont dues aux verres de la cuve et les quelques minutes de rotation du verre de la lentille. La courbe du



Chlorure de cobalt en solution aqueuse.

double des rotations magnétiques 2ρ représente la dispersion du sel anhydre. Nous les avons calculées ici, en première approximation, en admettant la loi d'additivité et retranchant simplement des rotations observées celles qui sont dues à l'eau qui se trouve dans la cuve en même temps que le sel anhydre [on les calcule en multipliant par un facteur, voisin d'ailleurs de l'unité, $d(t-\tau)$, la rotation trouvée pour une égale épaisseur d'eau pure].

La courbe des rotations possède un point d'inflexion voisin de $\lambda = 510^{m\mu}$, longueur d'onde du maximum d'absorption de la solution; la bande absorbée s'étendant de 435 à $570^{m\mu}$ environ.

Les rotations sont de signe positif du côté des grandes longueurs d'onde

(1) R. W. Roberts, *Phil. Mag.*, 49, 1925, p. 397.

et de signe négatif pour $\lambda < 505^{m\mu}$, contrairement aux mesures de K. W. Roberts sur le même sel (*loc. cit.*). La rotation maximum est plus grande en valeur absolue du côté rouge.

Les courbes de dispersion rotatoire magnétique pour des concentrations plus fortes ont toutes la même allure, la dissymétrie par rapport au point d'inflexion allant en s'accusant. Sur les deux bords de la bande d'absorption $d\rho/d\lambda$ a le même signe (—) et une valeur absolue élevée ainsi que le prévoyait déjà M. Cotton.

Des mesures sur d'autres corps sont en cours.

ÉLECTROCHIMIE. — *Étude des tensions dans le cuivre électrolytique déposé en présence de quelques colloïdes.* Note [1] de M. **P. Jacquet**, présentée par M. G. Urbain.

J'ai donné [2] les résultats de l'étude des tensions du cuivre électrolytique obtenu en présence de quantités variables de gélatine. Je rappelle que la quantité minimum de colloïde capable de modifier nettement la structure du dépôt avait été trouvée comprise entre $0^{mg},5$ et 1^{mg} par litre, valeur identique au nombre d'or de cette subtance. Les expériences ont été répétées avec d'autres colloïdes dans le but de voir s'il était encore possible de mettre en évidence une relation entre le pouvoir protecteur du colloïde vis-à-vis d'un sol d'or et son pouvoir de modifier la structure du dépôt de cuivre.

Le mode opératoire a été décrit dans la Note précédente. Les valeurs obtenues ici ne sont pas directement comparables à celles fournies par la gélatine par suite de légères différences dans les propriétés élastiques des lames cathodiques. Pour faciliter les comparaisons j'ai indiqué les valeurs des tensions du cuivre gélatiné en tenant compte de ces différences d'élasticité.

Les colloïdes étudiés sont : la sérum-albumine [préparée par M. Piettre à partir du sang de bœuf et au moyen de la méthode à l'acétone [3]], la gomme arabique, la gomme adragante et la dextrine. J'ai examiné également l'action d'un amino-acide, le glycocolle, qui possède en effet la pro-

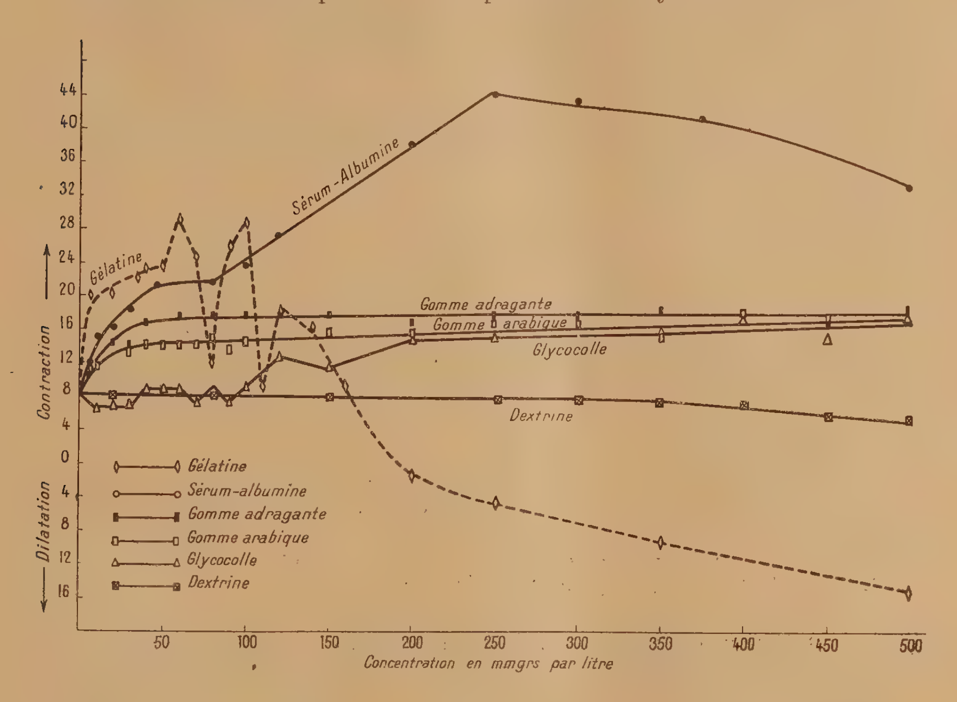
(1) Séance du 7 novembre 1932.

(2) *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 456.

(3) Piettre et Vila, *Comptes rendus*, 170, 1920, p. 1466; 171, 1920, p. 372.

priété d'agir sur le dépôt électrolytique du cuivre (1). Ces substances étaient introduites dans l'électrolyte sous forme de solutions à 1g,25 par litre.

Résultats expérimentaux. — Ils sont représentés dans le graphique. Les valeurs des tensions expriment les déplacements moyens.



en 1/100e de millimètre de l'extrémité de la cathode pendant une minute d'électrolyse. On voit que chaque colloïde possède une action spécifique sur les tensions du dépôt métallique.

1° La gélatine se différencie nettement des autres substances :

a. Les tensions (contractions) présentent entre 50 et 120mg par litre une série de fluctuations;

b. A partir de la concentration de 20mg par litre on observe des dilatations.

2° Le sérum albumine a une action considérable sur le dépôt. En parti-

(1) C. Marie et Gérard, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 864.

culier on obtient du cuivre extrêmement brillant pour les concentrations en albumine comprise entre 250 et 500mg par litre.

3° La gomme arabique et la gomme adragante ont des actions très voisines; au delà de la concentration de 50mg par litre les tensions sont sensiblement constantes;

4° La dextrine ne modifie pratiquement pas la structure du dépôt;

5° Le glycocolle est peu actif aux concentrations inférieures à 120mg par litre.

En résumé, aux faibles concentrations, les substances étudiées peuvent, au point de vue de leur action sur le dépôt électrolytique de cuivre, se classer en trois groupes :

Premier groupe. — Substances très actives : gélatine, sérum albumine. Ces colloïdes ont un nombre d'or faible (0,005 à 0,10).

Deuxième groupe. — Substances peu actives : gomme arabique et adragante; nombre d'or moyen (0,15 à 2).

Troisième groupe. — Substances à peu près inactives : glycocolle, dextrine. Le nombre d'or de la dextrine est élevé (6 à 12). Quant au glycocolle on peut le considérer comme ayant un faible pouvoir protecteur dû à son moment permanent (1).

Ces résultats montrent qu'il existe, pour les colloïdes examinés ici, un certain parallélisme entre l'activité protectrice et l'activité sur le dépôt métallique.

ÉLECTROCHIMIE. — *Influence du champ magnétique sur l'électrolyse des sels de nickel.* Note (2) de M. H. **Forestier**, présentée par M. G. Urbain.

Nous avions signalé (3) l'influence accélératrice du champ magnétique sur la vitesse de dissolution du fer (métal ferromagnétique) dans les sels de cuivre, attribuant cette influence à une augmentation de la tension de dissolution du métal : une récente étude de Sborgi (4) sur le comportement anodique du fer dans le champ magnétique semble confirmer ce point de vue. Il paraissait intéressant d'étudier parallèlement l'influence du champ magnétique sur la vitesse de dépôt électrolytique d'un métal ferromagné-

(1) C. Marie et N. Marinesco, *J. Chimie physique*, 27, 1930, p. 455.

(2) Séance du 7 novembre 1932.

(3) H. Forestier, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 1421.

(4) Sborgi, *Gazz. Chim. Ital.*, 61, 1931, p. 843.

tique, phénomène qui peut être considéré comme inverse du précédent; on pouvait penser, en effet, que le champ exercerait, dans ce cas, une action retardatrice. Cette étude offrait, de plus, la possibilité de trouver ou d'améliorer une méthode de séparation électrolytique de deux métaux dont l'un est ferromagnétique.

Après quelques expériences préliminaires sur le fer et sur le nickel, nous avons commencé par l'étude de l'influence du champ magnétique sur l'électrolyse du nickel, ce dernier métal se déposant plus aisément que le fer, dans des milieux de pH très différents.

Le chlorure et l'azotate ne permettant pas d'obtenir des dépôts adhérents

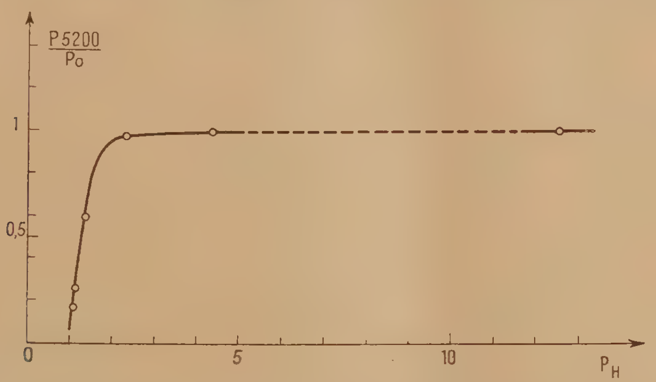


Fig. 1. — Solution de SO^4Ni à $6^g,1$ pour 1000.

$$\left(\frac{P_{5200}}{P_0} = \frac{\text{Poids du nickel déposé dans un champ de 5200 gauss}}{\text{Poids du nickel déposé dans un champ nul}}\right).$$

en milieu acide, nous avons utilisé le sulfate de nickel, en milieu sulfurique, oxalique ou ammoniacal.

La cuve électrolytique est constituée par un tube de verre de 20^{mm} de diamètre intérieur, maintenu à température constante par une circulation d'eau, et placé dans l'entrefer d'un électro-aimant.

La cathode est constituée par un cylindre en platine poli de 19^{mm} de diamètre sur 30^{mm} de hauteur, l'anode par une spirale de platine enroulée sur un tube de verre de 4^{mm} de diamètre. Ce tube qui plonge au fond de la cuve permet, le cas échéant, de vider ou de remplir celle-ci sans toucher aux électrodes. L'intensité du courant était maintenue constante pendant toute la durée de l'electrolyse, durée limitée à 10 minutes pour éviter de trop grandes variations de concentration.

Les premiers résultats obtenus ont montré que le champ magnétique ne

semblait avoir aucune influence en milieu basique, mais pouvait diminuer considérablement la vitesse de dépôt électrolytique du nickel lorsque l'acidité de l'électrolyte était supérieure à une certaine valeur. La courbe I met en évidence ce phénomène : on voit que lorsque le pH est supérieur à 2,3, le champ a une faible influence accélératrice (due au mouvement de convection de l'électrolyte); au-dessous de pH = 2,3, au contraire, le champ magnétique ralentit la vitesse de dépôt du Ni très fortement quand

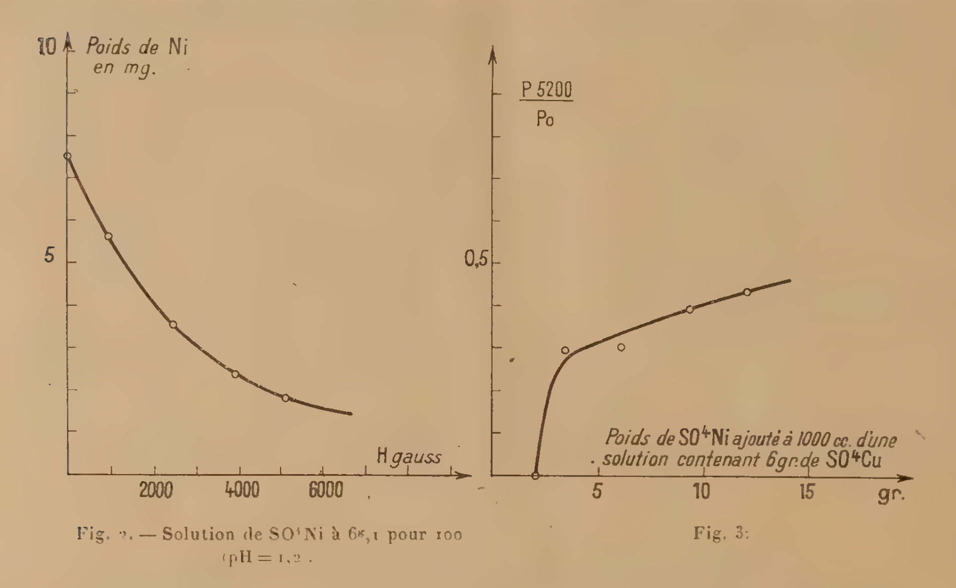


Fig. 2. — Solution de SO^4Ni à 6g,1 pour 100 (pH = 1,2).

Fig. 3.

l'acidité augmente, et tend à arrêter complètement ce dépôt. On peut ainsi pour de faibles concentrations en SO^4Ni (inférieures à 1g/1000) empêcher le métal de se déposer à la cathode. On retrouve les mêmes résultats en effectuant l'électrolyse en milieu oxalique.

Nous avons étudié également les variations de la vitesse de dépôt électrolytique en fonction du champ magnétique. La courbe obtenue (*fig.* 2) montre que le poids de nickel déposé diminue d'abord rapidement quand le champ augmente, puis de plus en plus lentement dans les champs forts, comme si le phénomène dépendait de la saturation magnétique du métal.

Des essais analogues, effectués sur des solutions de sels de zinc et de cuivre ont montré que, dans tous les cas, le champ magnétique avait seulement une faible influence accélératrice sur la vitesse de dépôt du métal, influence due aux mouvements de convection de l'électrolyte. L'action retardatrice

du champ magnétique apparaît donc seulement au cours de l'électrolyse d'un sel de métal ferromagnétique.

Nous avons appliqué cette action à la séparation électrolytique du nickel et du cuivre dans un milieu acide, de pH compris entre 1 et 2. La courbe 3, qui résume les résultats obtenus, montre que l'on peut arriver à arrêter complètement le dépôt de nickel lorsque la concentration de la solution en SO^4Ni est inférieure à 2 gr/1000, dans un champ égal à 5200 gauss.

Ce premier travail semble confirmer dans les grandes lignes, l'existence d'une action retardatrice du champ magnétique, selon l'hypothèse émise au début de cette Note; il montre cependant que l'interprétation du phénomène se complique par suite de l'influence du pH de l'électrolyte. Nous poursuivons cette étude sur les sels de fer et de cobalt.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur le sulfure de thorium.* Note de M. **Picon**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Les différentes méthodes actuellement indiquées pour la préparation de ce composé fournissent des corps contenant des impuretés, en général de l'oxygène. La méthode de préparation des sulfures réfractaires, que nous avons décrite pour les dérivés des terres rares, s'applique dans le cas du thorium. Elle consiste à traiter l'oxyde placé dans une nacelle de graphite par un courant d'acide sulfhydrique; la chauffe est effectuée dans un four à résistance de carbone étanche aux gaz. On élève la température à 1200° pendant 1 heure, la réaction s'effectue presque complètement; puis on porte à 1600° pendant 30 minutes; la substance fond et, à ce dernier état, ne contient plus d'oxygène.

Le sulfure de thorium pur est un solide noir présentant au microscope un aspect vitreux, les parties transparentes possédant une teinte bois acajou. Rarement, l'on rencontre quelques facettes brillantes à forme pentagonale avec des angles nettement tracés. La poudre a une couleur gris brun. La densité déterminée dans le tétrachlorure de carbone est $d_0^0 = 7,234$.

L'action de la chaleur dans le vide a été effectuée dans un four à résistance de carbone et un vide voisin du millième de millimètre de mercure. Bien que le corps soit à l'état fondu après sa préparation à 1600°, on constate que, s'il est pur et chauffé sur le graphite, la fusion ne s'effectue qu'à 1925 ± 25°. C'est également à cette température que l'on commence à remarquer une très légère volatilisation. Celle-ci reste faible, même à 2000°, la perte de poids après 1 heure étant de 3,7 °/₀. On ne constate ni désulfu-

ration ni carburation. En outre le produit ne dissout pas de graphite et reste totalement exempt de carbone. Si l'on élève la température jusqu'à 2800° dans une atmosphère d'azote ou d'hydrogène on peut alors désulfurer et décarburer ce composé. Après 30 minutes dans l'azote la réaction est complète. Le produit restant se décompose sous l'action de l'eau exactement comme le carbure C^2Th. Le produit a, en outre, dissous 5,62 °/₀ de graphite.

Le chlore et le brome sont sans action sur ce composé à froid. La transformation en chlorure s'effectue à partir de 250°. Le bromure peut être obtenu à froid à condition d'ajouter de l'eau au brome. Il se forme en même temps du sulfate, la réaction est intégrale. L'oxygène fournit de l'anhydride sulfureux à partir de 400°. Il se forme en même temps de l'oxyde et des traces de sulfate. Le soufre et l'acide sulfhydrique ne réagissent pas, même à 800°. L'eau est sans action jusqu'à 200°. Il se forme ensuite de l'acide sulfhydrique et de l'oxyde de thorium. La transformation atteint 2/3 après 2 heures à 300°.

L'acide fluorhydrique en solution aqueuse transforme en fluorure insoluble dès la température ordinaire. L'acide chlorhydrique sec réagit à partir de 300°. En présence d'eau, l'attaque s'effectue très lentement et à froid.

L'anhydride sulfureux fournit de l'oxyde de thorium et du soufre à partir de 400°. L'acide sulfurique dilué à froid conduit au sulfate peu soluble. Le même acide concentré est sans action à la température ordinaire, même après plusieurs jours. Si l'on chauffe, on obtient du sulfate. L'ammoniac gazeux sec ne réagit pas à 1000°. L'acide azotique dilué au 1/10ᵉ transforme le produit en nitrate. Le soufre se libère en partie à l'état libre, mais on ne trouve pas de sulfate; ce dernier corps, par contre, s'obtient avec l'acide nitrique concentré ou l'eau régale.

L'anhydride carbonique réagit à partir de 440° et rapidement à 500°. Avec le gaz bien desséché et dans un appareil préalablement privé d'air par le vide de la trompe à mercure, la totalité du soufre se sépare sous forme élémentaire, le métal passe à l'état d'oxyde, et l'anhydride carbonique fournit quantitativement de l'oxyde de carbone.

Le magnésium est inactif à 800°. La lessive de soude est presque sans action à froid. A chaud, très lentement, le soufre et le thorium sont tous deux solubilisés, le soufre à l'état de sulfure. La réaction est rapide par fusion avec la soude caustique, mais l'oxyde de thorium reste alors insoluble.

Les oxydants se comportent différemment suivant leur nature. A froid, le ferricyanure de potassium donne de l'oxyde de thorium et du soufre, il ne se forme pas de sulfate; mais c'est ce sel que l'on obtient en utilisant l'eau oxygénée neutre ou le permanganate de potassium.

En résumé, le sulfure de thorium pur doit être préparé à une température de 1600° dans une nacelle de graphite par action de l'acide sulfhydrique sur l'oxyde de thorium. Ce composé est particulièrement stable et ne subit aucune action par la chaleur au-dessous de 1925°. La fusion dans le vide s'effectue à cette température et elle s'accompagne d'une très légère volatilisation. La désulfuration et la carburation ne prennent naissance que bien au-dessus de 2000°. Le produit formé est le carbure C^2Th.

Les propriétés physiques et chimiques du sulfure diffèrent notablement de celles des produits impurs préparés antérieurement. Les réactions sont assez analogues à celles que nous avons indiquées pour les sulfures de terres rares. Les températures d'attaque sont parfois plus basses, en particulier dans le cas de l'anhydride carbonique qui conduit quantitativement à l'obtention d'oxyde de thorium, de soufre et d'oxyde de carbone. Par contre, le chlore, le brome, les acides chlorhydrique et sulfurique anhydres ainsi que l'eau sont absolument sans action à la température ordinaire.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Couleur et structure des oximes et des semi-carbazones*. Note [1] de Mme **Ramart-Lucas** et Mme **M. Grumez**, présentée par M. Urbain.

La connaissance de la couleur d'oximes et de semi-carbazones de constitutions différentes va permettre de préciser la nature des isoméries dans ces deux classes de composés et de montrer que la conception d'une isomérie stéréochimique ne suffit pas toujours à expliquer les faits observés.

Nous avons mesuré l'absorption, dans l'ultraviolet, d'un certain nombre d'oximes et de semi-carbazones de mono, di et trialcoylacétophénones et d'éthers cétoniques. Nous n'exposerons ici que ce qui concerne les oximes des acétophones, mais nous avons constaté exactement le même phénomène pour toutes les séries étudiées.

Ces mesures ont montré que toutes les oximes des cétones $R.CH^2.CO.C^6H^5$ ont, aux erreurs d'expérience près, la même absorption et que, de même,

---

(1) Séance du 14 novembre 1932.

les oximes des cétones $(R)^3C.CO.C^6H^5$ ont toutes la même absorption, mais qu'il existe une très grande différence de couleur entre ces deux séries d'oximes. Non seulement les bandes d'absorption pour l'une et l'autre de ces séries n'occupent pas les mêmes positions, mais encore la forme des bandes est tout à fait différente, ainsi qu'on peut le voir sur la figure 2

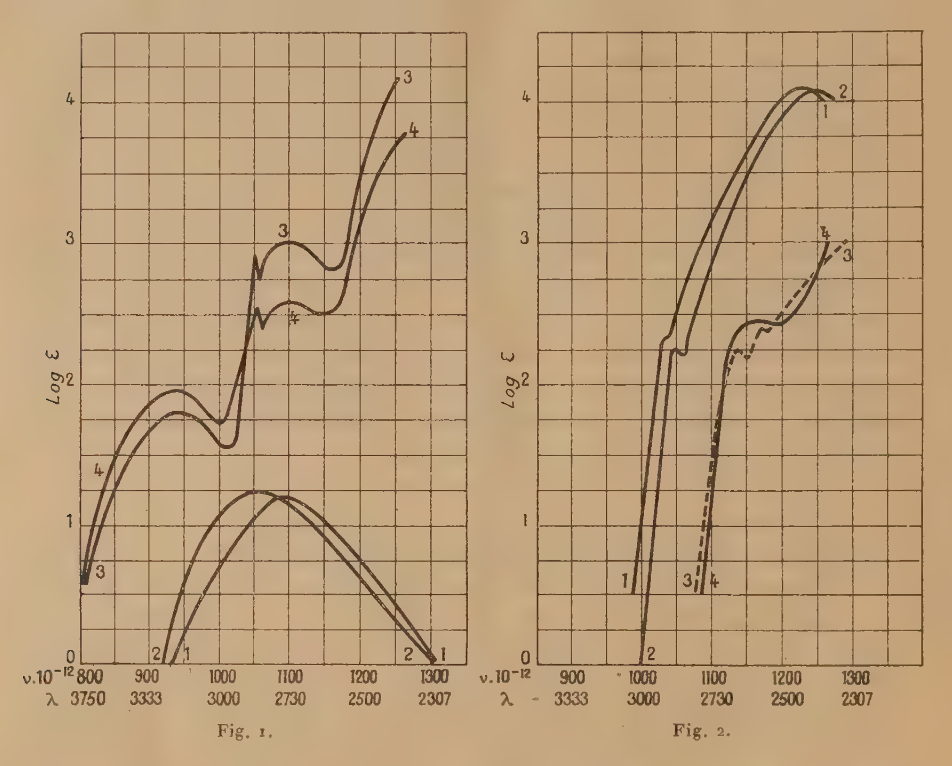


Fig. 1. Fig. 2.

où sont tracées les courbes des oximes de cétones $R.CH^2.CO.C^6H^5$ (courbe 1), et celle des oximes de cétones $(R)^3C.COC^6H^5$ (courbe 3).

En tenant compte de ce que l'on connaît des relations entre la structure des molécules et leur couleur, discutons quelles structures on peut raisonnablement attribuer à ces deux séries de composés.

D'après leur formule plane ces oximes ne diffèrent que par le nombre de radicaux R fixés en α vis-à-vis du groupe fonctionnel. Or, à notre connaissance, pour tous les cas étudiés jusqu'ici, la modification de couleur due à l'introduction de radicaux alcoyles en α vis-à-vis d'un chromophore se traduit par un glissement des bandes et une variation dans l'intensité d'absorp-

tion sans que la forme générale des bandes soit profondément modifiée. A titre d'exemple, nous donnons (*fig.* 1) les courbes d'absorption de l'acétone (1), de la pinacoline (2), de la butylphénylcétone (3) et enfin celle de la triméthylacétophénone (4). En sorte que la différence de structure tenant au nombre de radicaux situés en α vis-à-vis du groupement fonctionnel ne peut justifier la différence d'absorption des deux séries d'oximes.

On peut également écarter l'hypothèse suivant laquelle toutes les oximes d'une même série auraient une configuration « syn » et toutes les oximes de l'autre une configuration « anti ». Si, en effet, deux stéréoisomères cis et trans, ou syn et anti, ont des couleurs différentes, ces différences sont faibles et consistent en un déplacement et une variation d'intensité des bandes de l'un des isomères par rapport à celles de l'autre sans que la forme des courbes change sensiblement (il en est ainsi en particulier pour les deux oximes de la benzaldéhyde et celles de leurs éthers) [1].

La différence des couleurs entre les deux séries d'oximes ne peut donc s'expliquer que par une différence dans la structure du groupement fonctionnel caractéristique, différence qui va être suggérée par des correspondances déjà connues entre structure et « couleur ».

En ce qui regarde les oximes des cétones $R.CH^2.CO.C^6H^5$, leur absorption est analogue à celle de composés possédant le groupe $\frac{C^6H^5}{R}\!\!>\!C=$. La courbe de l'α-méthylstyrolène (*fig.* 2 courbe 2) est en effet étrangement semblable à celle de la monoalcoylacétophénone-oxime (courbe 1).

En sorte que pour cette série d'oximes l'une des formules $C^6H^5.\underset{\underset{N.OH}{\|}}{C}-CH^2R$ ou $C^6H^5.\underset{\underset{NHOH}{|}}{C}=CH.R$ peut parfaitement convenir sous les deux formes syn et anti.

Pour les oximes des trialcoylacétophénones leur absorption correspond à celle de composés dans lesquels l'atome de carbone fixé sur le noyau benzénique n'est lié que par une valence aux atomes voisins et leur absorption est tout à fait semblable à celle d'un phényléthylène-oxyde. La courbe 4 de la figure 2, qui est en effet la courbe d'absorption du composé $C^6H^5\underset{CH^3}{C}-\underset{O}{}\!\!-\underset{CH^3}{C}.C^6H^5$, se rapproche tout à fait de celle de l'oxime.

[1] Oscar Lisle Brady, (*Journ. Chem. Soc.*, 105, II, 1914, p. 2104.

On est ainsi conduit à assigner à ces oximes la formule proposée autrefois par Beckmann : $C^6H^5.C(R)—NH(O)$ [formule : C⁶H⁵.C — NH, avec R et O en dessous, O relié à C et NH], et à laquelle on semblait avoir renoncé.

En résumé : l'absorption, dans l'ultraviolet, des oximes et des semicarbazones montre que non seulement ces substances peuvent exister sous deux formes stéréochimiques, mais aussi sous deux formes isomères dans lesquelles le groupe fonctionnel est différent.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Recherches sur les oxydes organiques dissociables. Extension des procédés de création des rubrènes. Application à la synthèse d'un dichlorodiphénylrubène*, $C^{30}H^{18}Cl^2$: *préparation pratique de ce corps à partir du dibenzoylméthane*. Note [1] de MM. **Charles Dufraisse** et **Raymond Burét**, présentée par M. Delépine.

Pour les motifs antérieurement exposés à diverses reprises, le nombre et le choix des rubrènes accessibles par les synthèses que nous avons fait connaître sont très limités. C'est pourquoi, tout en continuant à exploiter au mieux nos anciens procédés de création, nous en recherchons de nouveaux.

Dans ceux qui vont être décrits, nous avons eu en vue d'obtenir des molécules plus simples, avec la perspective de pouvoir un jour, à la suite de simplifications et de troncatures successives du rubrène, mettre à nu le groupement carboné auquel est due l'oxydabilité spéciale (aptitude à fixer l'oxygène et à le restituer).

De là l'idée de supprimer tout d'abord l'un des phényles de la substance mère du rubrène, le chlorure de phényléthinyldiphénylméthyle, corps dont la transformation est schématisée par l'équation suivante :

$$2\left[\begin{matrix}C^6H^5\\C^6H^5\end{matrix}\!\!>C(Cl)-C\equiv C-C^6H^5\right] = \underset{\text{Rubrène ordinaire.}}{C^{42}H^{28}} + 2\,ClH$$

D'après des expériences antérieures [2], le remplacement de l'un quelconque des trois phényles par un alcoyle s'oppose à la production de rubrène, probablement à cause de la présence d'hydrogène sur le premier

---

[1] Séance du 14 novembre 1932.

[2] A. Willemart, *Ann. de Chimie*, 10e série, 12, 1929, p. 345.

carbone du radical. Aussi, dans les recherches actuelles, le substituant a-t-il été choisi exempt d'hydrogène; on a tenu en outre à ce qu'il ait, comme le phényle, le caractère électronégatif, afin d'atténuer au maximum les perturbations consécutives à l'échange. Le substituant adopté a été l'atome de chlore, qui remplissait bien ces conditions; comme substitué, on a pris l'un des deux phényles géminés de l'acétylénique initial. La matière première devenait ainsi un chlorure de phényléthinylphénylchlorométhyle et l'on en escomptait un rubrène avec deux chlores remplaçant deux phényles suivant l'équation :

$$2\left[\begin{array}{l}C^6H^5\diagdown\\ \quad\;\; Cl\diagup\end{array}\!\!\underset{\displaystyle Cl}{\underset{|}{C}}-C\equiv C-C^6H^5\right] = \underset{\text{Dichlororubène.}}{C^{30}H^{18}Cl^2} + 2\,ClH.$$

En vue de créer l'acétylénique dichloré $C^6H^5-CCl^2-C\equiv C-C^6H^5$, générateur supposé du dichlororubène, on a traité par le pentachlorure de phosphore la cétone correspondante, le benzoylphénylacétylène :

$$C^6H^5-CO-C\equiv C-C^6H^5.$$

Il en est résulté, non le corps intermédiaire cherché, mais, ce qui revenait au même pour la suite, son dimère $C^{30}H^{20}Cl^4$, cristaux jaunes fondant

Fig. 1. — Rubène.

Fig. 2. — Dichloro-1.1'-diphényl-3.3'-rubène.

instantanément vers 310°, mais se décomposant bien avant. Conformément aux prévisions, cette substance a perdu facilement 2ClH, en donnant le rubrène chloré attendu $C^{30}H^{18}Cl^2$, où l'on compte douze carbones de moins que chez le rubrène ordinaire. Ce nouveau composé se présente en cristaux foncés, rouge grenat, fondant instantanément à 251°. Sa constitution est fixée par le mode même d'obtention : en appelant rubène le dibenzobifulvène, encore inconnu (*fig*. 1), et en adoptant la numérotation de l'indigo (voir, pour cette nomenclature, *Bulletin de la Société chimique*, 1932), le nouveau produit est le dichloro-1.1'-diphényl-3.3'-rubène (*fig*. 2).

Il y avait intérêt, pour une préparation pratique, à éviter la cétone acétylénique, trop onéreuse. On y est parvenu en s'inspirant de la deuxième des réactions générales de formation des rubrènes ([1]) qui utilise comme terme de départ une cétone éthylénique, par exemple le benzoyldiphényléthylène :

$$\begin{matrix} C^6H^5 \\ C^6H^5 \end{matrix}\!\!>\!C = CH - CO - C^6H^5 \xrightarrow{-PCl^5} \underset{\text{Rubrène ordinaire.}}{C^{42}H^{28}}$$

Ici encore on s'est proposé de reproduire le même genre de transformations, à cette différence près qu'un chlore devait se trouver à la place de l'un des phényles géminés dans la molécule de départ :

$$\begin{matrix} C^6H^5 \\ Cl \end{matrix}\!\!>\!C = CH - CO - C^6H^5 \xrightarrow{-PCl^5} \underset{\text{Dichlororubène.}}{C^{30}H^{18}Cl^2}$$

A cet effet, l'on a pensé à une matière première banale le dibenzoylméthane, $C^6H^5 - CO - CH^2 - CO - C^6H^5$, ou plutôt à sa forme céto-énolique $C^6H^5 - COH = CH - CO - C^6H^5$, avec l'idée que, dans un premier temps, le pentachlorure de phosphore substituerait un chlore à l'oxhydryle. La cétone éthylénique chlorée $C^6H^5 - CCl = CH - CO - C^6H^5$ n'a pas été isolée. Elle se forme assurément, mais elle est aussitôt attaquée par le réactif, car les premiers termes isolables sont des corps à la fois phosphorés et chlorés, d'ailleurs très fragiles ([2]). Peu importe du reste, puisque, par action ultérieure appropriée du réactif, ces corps fournissent avec de bons rendements le dérivé jaune $C^{30}H^{20}Cl^4$, générateur du dichlororubène.

Ainsi donc, par un traitement convenable au pentachlorure de phosphore, on transforme le dibenzoylméthane en un rubrène d'un type nouveau, le dichlorodiphénylrubène.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Structure cristalline de la gœthite.* Note de M. S. Goldsztaub, présentée par M. Wallerant.

La gœthite, hydrate ferrique Fe^2O^3, H^2O, cristallise dans le système orthorhombique. J'ai déterminé antérieurement ([3]) ses paramètres ainsi que le groupe de symétrie. A savoir $a = 4{,}64$, $b = 10{,}0$, $c = 3{,}03$ Å,

---

([1]) Ch. Moureu, Ch. Dufraisse et N. Drisch, *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 548.

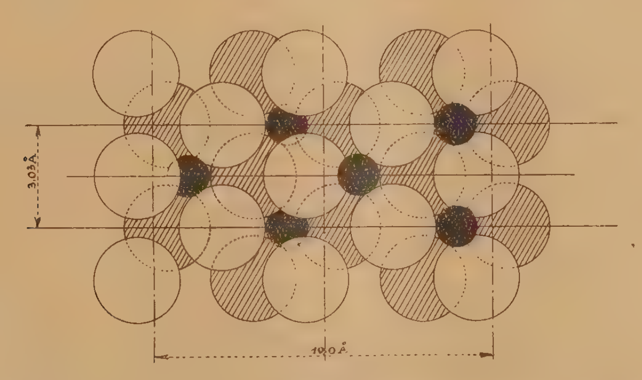
([2]) R. Buret, *Comptes rendus*, **194**, 1932, p. 1353.

([3]) S. Goldsztaub, *Comptes rendus*, **193**, 1931, p. 533.

groupe de symétrie V_h^{16} *b n m*. On trouve que la maille contient deux molécules $Fe^2O^3H^2O$. Pour trouver la structure il faut donc définir la position de 4 atomes Fe, de 8 atomes O et de 4 atomes H.

Dans cette détermination j'ai été guidé : 1° par la parenté des réseaux de la gœthite et de l'oligiste mise en évidence par la pseudomorphose de la gœthite en oligiste par deshydratation [1]; 2° par l'analogie de la gœthite avec le diaspore dont la structure vient d'être publiée par M. Deflandre [2].

Les atomes d'oxygène dans l'oligiste forment un assemblage sensiblement hexagonal compact; nous admettrons que dans la gœthite il en est de même. Leur position par rapport aux plans de symétrie est indiquée sur la figure.



Les traits pleins indiquent les plans de symétrie vrais *m*, les traits mixtes les plans de symétrie *n* avec le glissement diagonal $1/2\left(\vec{a}+\vec{c}\right)$, les plans *b* avec glissement $1/2\,\vec{b}$ sont parallèles au plan de la figure et situés au niveau 0 et 1/2. En prenant pour origine le point commun aux trois plans de symétrie *bnm*, on trouve pour les 8 atomes d'oxygène les coordonnées suivantes :

$$0,\ \xi,\ 0;\quad 0,\ \frac{1}{2}+\xi,\ 0;\quad \frac{1}{2},\ \bar{\xi},\ \frac{1}{2};\quad \frac{1}{2},\ \frac{1}{2}-\xi,\ \frac{1}{2};$$

$$\frac{1}{2},\ \eta,\ 0;\quad \frac{1}{2},\ \frac{1}{2}+\eta,\ 0;\quad 0,\ \bar{\eta},\ \frac{1}{2};\quad 0,\ \frac{1}{2}-\eta,\ \frac{1}{2};$$

$$\xi=\frac{1}{24};\qquad \eta=\frac{1}{4}-\xi=\frac{5}{24}.$$

---

[1] S. Goldsztaub, *loc. cit.*

[2] M. Deflandre, Diplôme Paris 1932.

Les atomes de fer doivent occuper des lacunes comprises entre les atomes d'oxygène. Ces lacunes sont de deux sortes : des lacunes octaédriques au nombre de 8 dans la maille élémentaire et des lacunes tétraédriques au nombre de 16 homologues 4 à 4. Les centres de ces lacunes ont pour coordonnées

$$u, v, o; \quad \bar{u}, \frac{1}{2} - v, o; \quad \frac{1}{2} - u, \bar{v}, \frac{1}{2}; \quad \frac{1}{2} - u, \frac{1}{2} - v, \frac{1}{2}.$$

Il n'existe que trois arrangements distincts obtenus en donnant aux coordonnées des Fe les valeurs suivantes :

$$u = \pm \frac{1}{4}; \quad v = \frac{3}{8} \text{ (lac. octaédr.)},$$

$$u = \pm \frac{1}{8}; \quad v = \frac{5}{24}; \quad u = \pm \frac{3}{8}, \quad v = \frac{1}{24} \text{ (lac. tétraedr.)}.$$

Pour choisir entre ces différentes solutions, j'ai comparé les intensités relatives des taches obtenues sur des diagrammes de cristal tournant avec les radiations K de Fe et de Mo. J'ai trouvé que

la tache	(172)	est plus intense que	(152)
»	(151)	»	(131)
»	(433)	»	(413)
»	(151)	»	(130)

Pour que ces différentes inégalités soient satisfaites, il faut que v soit compris dans les intervalles suivants :

$$\frac{3}{8} < v < \frac{3}{8} + \frac{1}{32} \quad \text{et} \quad \frac{7}{8} < v < \frac{7}{8} - \frac{1}{32}.$$

Mais ces deux intervalles sont équivalents puisque $v = 3/8$ et $v = 7/8$ diffèrent de la translation $1/2\,\vec{b}$.

Ces valeurs de v correspondent à des points placés à l'intérieur des lacunes octaédriques. Une détermination plus précise du paramètre v est obtenue par l'étude des réflexions successives sur le plan g^1 (010) : la tache (080) n'apparaissant pas sur les clichés, doit être très faible, ce qui conduit à attribuer à v la valeur $3/8 + 1/45 = 0,397$. Des tâtonnements m'ont conduit à admettre pour u la valeur $u = \frac{1}{4} + \frac{1}{20} = 0,30$.

De sorte que les coordonnées des atomes de Fe et de O s'écrivent :

$$
O_1 \left\{ \begin{array}{ccc} 0 & \frac{1}{24} & 0 \\ 0 & \frac{13}{24} & 0 \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{24} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{11}{24} & \frac{1}{2} \end{array} \right. \qquad
O_2 \left\{ \begin{array}{ccc} \frac{1}{2} & \frac{5}{24} & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{17}{24} & 0 \\ 0 & -\frac{5}{24} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{7}{24} & \frac{1}{2} \end{array} \right. \qquad
Fe \left\{ \begin{array}{ccc} 0{,}30 & 0{,}397 & 0 \\ -0{,}30 & 0{,}897 & 0 \\ 0{,}80 & -0{,}397 & 0{,}5 \\ 0{,}20 & 0{,}103 & 0{,}5 \end{array} \right.
$$

Les atomes d'hydrogène jouant un rôle négligeable dans les phénomènes de diffraction, il est impossible d'avoir des renseignements sur leur position par les rayons X.

GÉOLOGIE. — *Nouvelles observations sur la géologie de la région stannifère du Nam Pha Thène* (*Laos*). Note (¹) de M. **Jacques Fromaget**.

Les travaux exécutés au cours des cinq dernières années, soit pour l'exploitation, soit pour la recherche de gîtes d'étain, dans la vallée du Nam Pha Thène (Laos), me permettent d'apporter aujourd'hui un supplément de renseignements [2].

Au point de vue stratigraphique [3], la série sédimentaire s'enrichit par le bas d'une unité. Ce sont des calcaires souvent fossilifères et toujours métamorphisés; ils ne sont encore connus en afffleurement qu'au-dessus de la laverie de Boneng, où ils dessinent un petit anticlinal complexe érodé et probablement faillé à l'Ouest et recouvert à l'Est par des sédiments de l'Anthracolithique inférieur comprenant quelques lydiennes, puis des schistes jaunes ou mauves, des schistes gréseux et finalement des grès. Ces calcaires sont noirs, cristallins et présentent de nombreuses sections de Brachiopodes lisses biconvexes, mais aucune trace de Productidés; en outre les Anthozoaires de petite taille y sont assez communs. Les seuls fossiles que j'ai pu identifier sont : une *Martinia* comparable à *M. inflata* du

---

(1) Séance du 14 novembre 1932.

(2) Je dois ces renseignements à MM. Claude, Saint-Maurice et Reiss, qui m'ont fourni des échantillons et permis de suivre leurs travaux.

(3) Voir J. Fromaget, *Bull. Serv. Géol. Indochine*, **16**, II, 1927.

Givétien et un *Favosites*. Au Nord-Ouest de la laverie, ce Dévonien s'enfonce rapidement et ne reparaît plus à la surface. Un peu plus au Nord, il semble que ce soient ces calcaires, qu'une galerie ouverte sous la cote 301, ait effleuré. En ce point, ils sont complètement marmorisés et leur couverture également très métamorphisée est constituée par des brèches décomposées, quartzeuses, feldspathiques et à grandes lames d'amphibole; ces roches profondément altérées ne se prêtent pas à une détermination précise. Elles contiennent une faible quantité d'étain et sont parcourues par un réseau de filonnets sulfurés et d'un microgranite très quartzique contenant également un peu de cassitérite. D'autres calcaires présentant les mêmes caractères, mais paraissant plutôt constituer des amygdales au sein de roches schisto-gréseuses métamorphiques, ont été reconnus dans différents sondages.

A Phon Tiou, près de la gendarmerie, quelques calcaires occupant une position analogue aux précédents sont en relation soit avec des grenatites qui renferment un minéral paraissant être l'idocrase récemment signalée par M. Orcel [1]; elles passent à des grenatites à diopside, soit avec des cornéennes à pyroxène. Voilà pour les roches sédimentaires.

En ce qui concerne les roches éruptives, les découvertes ne sont pas moins intéressantes. La masse granitique profonde appartient comme l'on sait à un granite monzonitique à la limite des granodorites, ainsi qu'il ressort de l'analyse de M. Raoult, communiquée par M. A. Lacroix [I (II).4'.3. (3) 4] :

SiO^2, 67,14; Al^2O^3, 15,71; Fe^2O^3, 0,96; FeO, 2,83; MgO, 1,20; CaO, 4,18; NaO^2, 3,21; K^2O, 3,60; TiO^2, 0,46; P^2O^5, 0,16; H^2O+ 0,61; H^2O- 0,22; MnO, 0,12; total : 100,30.

Ce granite est en relation avec des roches moins acides, en particulier avec des microdiorites quartziques à biotite et à plagioclases zonés; il est traversé par une série plns acide, filonienne, qui vient seulement d'être découverte. Ce sont des microgranites à grands quartz corrodés, dont tous les feldspaths ont été transformés en damourite. Cette damouritisation a dû se produire sous l'influence des émanations métallifères, car la cassitérite existe à la fois dans le microgranite (2 pour 100 dans un échantillon) et dans les roches qu'il traverse. Ces microgranites se trouvent sur les bords Nord-Est (Boneng) et Nord-Ouest (Ban Tong Ka) du massif granitique.

---

(1) *C. R. Congrès Sociétés savantes*, *Besançon* (Sect. Sci.), 1932, p. 190.

Leurs filons, dirigés au Nord-Nord-Ouest, traversent le granite et sa zone de contact qu'ils paraissent même avoir dépassée au Nord de Ban Tong Ka; ils sont souvent en relation avec un greisen. On ne les connaît pas encore auprès du grand filon de Phon Tiou dont les épontes sont constituées en partie par des quartzites à muscosite.

Je citerai, tant à Phon Tiou qu'à Boneng, de nombreux filonnets sulfurés dont l'un m'a paru particulièrement intéressant; il est complexe, formé d'une masse spongieuse, gris noir avec parties verdâtres, constituée essentiellement par du mispickel et son produit d'altération, la scorodite; l'analyse y a révélé, avec l'existence de 4,5 pour 1000 de cassitérite, celle de 0,5 d'étain soluble et de 0,6 de cuivre, ce qui, en indiquant la présence de la stannine, vient à l'appui de l'opinion que M. A. Lacroix émettait déjà en 1901 ([1]) sur l'origine sulfurée probable des gîtes de cette région. Cette hypothèse se confirme encore à Nong Sun, au Sud de B. Tong Ka, où les sondages, après avoir traversé la limonite stannifère jusqu'au niveau hydrostatique, ne rencontrèrent plus au-dessous que de la pyrite, dans laquelle l'étain n'était pas récupérable à la battée.

GÉOLOGIE. — *Sur l'âge probable de la série du Doui dans le Moyen Chélif (Algérie).* Note ([2]) de M. **P. Geoffroy**, présentée par M. de Launay.

Nous avons appelé ([3]) série du Doui un ensemble de couches où abondent les horizons détritiques de faciès très caractéristique, affleurant dans le Moyen Chélif (Djebel Doui). Des couches identiques affleurent aux environs d'Oran. L'étude comparée de ces deux groupes d'affleurements nous a permis de préciser la définition de cette série et d'établir son âge probable.

La présente Note a trait à la région du Moyen Chélif ([4]).

L'âge primaire présumé de la série du Doui, attribuée au Silurien et au Permien dans le Moyen Chélif (au permien seulement en Oranie), était, en l'absence d'autres preuves, déduit de son antériorité à des formations calcaires attribuées au Lias. On invoquait également, en faveur de l'âge

([1]) *Bull. Soc. Fr. de Minéralogie*, **24**, 1901, p. 422-425.

([2]) Séance du 13 juin 1932.

([3]) P. Geoffroy et Th. Koulomzine, *Comptes rendus*, **194**, 1932, p. 549-552.

([4]) Voir les feuilles : *Miliana*, *Carnot*, *Orléansville* de la Carte géologique au 1/50000e de l'Algérie.

primaire, le faciès détritique singulier de la série et le léger métamorphisme qu'elle a subi.

Ces deux conditions rendent très peu probables la découverte de documents paléontologiques qui, pour l'instant, font complètement défaut. Malgré cette carence, nous nous proposons de montrer, à la lumière de faits nouveaux ou connus, que cette série est probablement d'âge jurassico-crétacé.

Le fait stratigraphique nouveau le plus important et le plus général est l'absence d'affleurements jurassiques datés et de faciès franchement marin, entre les massifs de Tenès et du Chenoua, au Nord du Moyen Chélif, et au Sud, le massif de l'Ouarsenis avec son bastion avancé le dôme du Louarah. Nous pensons avoir montré que les formations calcaires (calcaires du Zaccar) et leur équivalent latéral schisteux, surincombant à la « série du Doui » sont au plus d'âge barrémien-aptien. En outre, nous avons recueilli, dans des couches marno-calcaires affleurant près d'Orléansville et rapportées jusqu'ici au Callovo-oxfordien sur la foi d'une ancienne découverte paléontologique qui n'a jamais été vérifiée ni confirmée, un Inocérame qui ne saurait être antérieur au Cénomanien.

Si la série du Doui était d'âge primaire, la région du Moyen Chélif devrait présenter les caractères d'une transgression éocrétacée sur une pénéplaine primaire. La carte détaillée du Djebel Doui [1], dont nous allons exposer les traits principaux, montre qu'il n'en est rien.

On peut dans cette série distinguer trois termes :

a. Au sommet, des schistes d'un gris verdâtre, très légèrement métamorphiques, dont l'épaisseur, entre le massif de Littré et celui dn Doui, atteint au moins 1000^m. Ce terme est très chargé de bancs de quartzites et passe à :

b. Des quartzites en bancs épais et des poudingues à éléments quartzeux avec passages latéraux des uns aux autres, formation d'allure lenticulaire. L'épaisseur de ce terme est de 50^m environ. A son tour il passe à :

c. Des schistes, tantôt gréseux, tantôt phylliteux avec nombreux bancs de quartzites. L'épaisseur totale, inconnue, dépasse 500^m. La couleur violette de ces schistes est due à un léger métamorphisme qui, à l'aplomb du Djebel Doui, envahit toute la série et atteint même les schistes barrémiens.

Ces trois termes ne sont bien séparables que sur le flanc nord du Doui.

---

(1) Cette carte sera publiée prochainement par le Service de la Carte géologique de l'Algérie.

Sur les autres flancs, les couches barrémiennes sont en effet légèrement transgressives sur la série qui nous occupe. Il ne s'agit cependant que d'une transgression d'ordre inférieur, n'offrant nullement l'ampleur et la netteté des transgressions d'âge jurassique ou crétacé, sur une pénéplaine authentiquement primaire, transgressions bien connues en Afrique du Nord.

Fait très important, le métamorphisme de la série du Doui ne diffère pas, en étendue et en intensité, de celui des couches barrémiennes et ce léger métamorphisme s'est produit simultanément pour les deux groupes de couches. En effet, on observe au sommet du Djebel Doui, repris dans une lentille de calcaire barrémien, des galets de schistes appartenant à la série du Doui. Ces galets, préservés qu'ils ont été par le ciment calcaire, ne sont pas métamorphiques et par conséquent ne l'étaient pas au moment de leur dépôt, alors qu'aux alentours, les schistes barrémiens comme ceux de la « série du Doui » offrent une couleur violette, caractère apparent de leur métamorphisme.

Nous avons déjà signalé que l'activité volcanique, en partie contemporaine de la série du Doui, prend seulement fin au début du Crétacé moyen. On n'est donc pas en droit comme on l'a fait d'établir un parallèle entre ce volcanisme et le volcanisme andésitique permien.

En résumé, à cause : 1° de l'absence de couches jurassiques en situation normale sur la série du Doui ; 2° de l'absence de discordance notable entre les couches barrémiennes et celles de cette série; 3° du métamorphisme simultané des deux groupes de couches, il nous est impossible d'introduire entre les couches barrémiennes, les plus anciennement datées dans la région (bien pauvrement d'ailleurs), et la série du Doui, une lacune stratigraphique notable.

Bien plus, on peut observer, dans le massif de Littré par exemple, *qu'il y a continuité parfaite de sédimentation* entre les couches barrémiennes et le terme *a* de la série du Doui, terme dont on peut ainsi faire du Néocomien.

L'exposé de faits observables aux environs d'Oran montrera que l'on est conduit à classer dans le Jurassique les termes moyens et inférieurs de la série du Doui.

ZOOLOGIE. — *Recherches sur le cycle évolutif des Trématodes appartenant au genre* Brachylœmus *Dujardin* (*syn.* Harmostomum *Braun*). Note de MM. **Ch. Joyeux**, **J.-G. Baer** et **J. Timon-David**, présentée par M. M. Caullery.

Nous avons eu récemment ([1]) l'occasion d'observer le développement d'un Trématode rapporté provisoirement à *Brachylœmus nicolli* (Witenberg), chez le Moineau (*Passer domesticus* L.) et, depuis la publication de notre Note, chez le Merle (*Turdus merula* L.). Ce ver a été obtenu expérimentalement à la suite d'ingestion, par les Oiseaux, de métacercaires hébergées par les Mollusques terrestres : *Helicella* (*Trochoidea*) *scitula* de Christ. et Jan., *Oxyphilus cellarius* (Mül.) et *Agriolimax agrestis* (L.) (déterminations de L. Germain). Nous n'avions pu, à cette époque, suivre le développement des larves dans l'organisme du Mollusque.

Ultérieurement, nous avons pris connaissance d'un travail de Sinitsin ([2]) qui a fait ses observations dans la région de Washington (États-Unis). Cet auteur a remarqué comme nous, et contrairement à Hofman à propos de *Brachylœmus helicis* (Meckel), l'énorme disproportion entre le grand nombre de jeunes cercaires se trouvant dans l'hépato-pancréas, et le peu de métacercaires qu'héberge la glande rénale. Il suggère qu'il pourrait y avoir migration des larves dans le canal hépatique, puis intestinal; ensuite, rentrée de quelques parasites par le canal excréteur et acheminement vers la glande rénale. Il appuie son hypothèse sur diverses raisons biologiques et sur le fait qu'il a vu une cercaire ramper dans la cavité palléale d'un *Gastrodonta ligera*.

Nous nous sommes efforcés de vérifier l'hypothèse de cet auteur par l'examen de coupes sériées de Mollusques parasités et par l'expérimentation. Les premiers stades sont bien ceux que nous avions décrits : naissance des cercaires dans des sporocystes allongés. Arrivées à un certain degré de développement, ces larves quittent l'hépato-pancréas. Sur des coupes faites au moment opportun, on peut les suivre dans les canaux hépatiques et dans la lumière intestinale. Elles laissent des traces de leur séjour

---

([1]) *C. R. Soc. Biol.*, 109, 1932, p. 464.

([2]) *Zeitsch. f. Parasit.*, III, 4e série, 1931, p. 811.

dans l'hépato-pancréas. Les travées cellulaires de cet organe sont bouleversées et dissociées, la cavité du lobule est dilatée, beaucoup de cellules dégénèrent et leur protoplasme devient granuleux.

Au stade suivant, on trouve les métacercaires dans le rein. En s'adressant à de jeunes larves, arrivées depuis peu dans cet organe, c'est-à-dire possédant encore leur rudiment caudal, et ayant leur tube digestif rempli, on peut arriver parfois à leur faire recommencer la migration qu'elles viennent d'effectuer. En les déposant sur le tégument d'un mollusque maintenu l'ouverture en haut, et en suivant leurs mouvements à la loupe binoculaire, on constate que beaucoup d'entre elles dégénèrent. Cependant, un certain nombre s'introduisent au bout de quelques instants dans un orifice qui est le plus souvent l'anus, et on les retrouve par dissection dans le rectum. Nous avons même vu un Mollusque expulser des matières fécales repoussant les cercaires qui venaient d'entrer. Enfin, quelques-unes s'engagent dans le canal excréteur et arrivent jusqu'à la glande rénale, Celles-là seules pourront continuer leur évolution, après avoir subi une maturation assez longue. Cette migration se fait rapidement. Dans la nature, on peut observer des Mollusques dont l'hépato-pancréas n'est pas encore vidé et qui hébergent déjà des cercaires dans leur glande rénale. On sait que, suivant les espèces, le canal excréteur est plus ou moins long, et affecte des rapports divers avec les organes voisins. Il est possible que sa configuration anatomique et les connexions des orifices anal et excréteur jouent un rôle favorisant ou empêchant la pénétration des cercaires. Contrairement aux observations faites par Sinitsin en Amérique, nous n'avons jamais vu de larves dans les glandes salivaires. Il semble que les Mollusques très parasités soient moins agiles que leurs congénères.

Il y a donc bien migration des cercaires et sortie par le tube digestif, puis rentrée de quelques-unes dans la glande rénale, tandis que le plus grand nombre fait fausse route. Cette évolution s'accomplit généralement chez le même Mollusque. Cependant, vu la durée de l'aptitude à la pénétration, on peut concevoir que, dans la nature, le développement se fasse chez deux individus vivant en promiscuité.

PHYSIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur la mesure de la pression ventriculaire par la méthode pulsatoire.* Note de M. **Henri-Jean Frossard**, présentée par M. d'Arsonval.

J'ai montré [1] comment on pouvait mesurer certaines données de la circulation sanguine. On peut compléter ces mesures par quelques réflexions simples :

1° Le système artériel est soumis normalement à deux pressions et à deux seulement :

a. La pression quasi instantanée qui est produite par la contraction du ventricule lors de l'ouverture des valvules aortiques. C'est *la pression que je propose d'appeler ventriculaire* (P V);

b. La pression de régime qui s'établit une fois les valvules fermées et qui correspond à la minima auscultatoire (artères cylindriques, effacement du capsulisme, disparition des bruits) (Mn A).

2° Toutes les autres pressions mesurées sont créées soit volontairement par le serrage du brassard ou du doigt pour la recherche du pouls, soit involontairement par un obstacle : embolus, spasme, choc, etc., qui provoque l'arrêt plus ou moins brusque de l'ondée sanguine et produit un coup de bélier plus ou moins violent.

3° Dans la normale, l'intégrité des valvules aortiques étant complète, la pression ventriculaire est très voisine de la pression de régime.

4° En cas d'insuffisance aortique la première est obligée de s'accroître pour maintenir la seconde à un taux compatible avec la vie et c'est alors l'hypertrophie du cœur, ou elle ne peut augmenter par insuffisance du muscle et c'est alors la dyssystolie.

5° Si le capsulisme aortique est assez volumineux, le son produit peut être un infrason inaudible, ce qui explique les insuffisances sans souffle.

Il est donc d'une grande importance de connaître cette pression ventriculaire *in situ* car son écart avec la pression de régime mesure le travail cardiaque.

On peut aisément la déterminer de la façon suivante :

Lorsque la compression du brassard de notre pulsomètre est telle que

---

[1] *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 1207.

l'aiguille du manomètre ne batte plus, la moindre décompression amène un léger battement. C'est, rappelons-le, la maxima pulsatoire (M X P).

A ce moment il y a équilibre entre la pression dans le brassard et celle existant en amont lors de la systole $\pm \varepsilon$; ε étant la sensibilité de l'appareil ($0^{mm},5$ Hg).

Or la pression en amont du barrage est la somme de l'énergie cinétique de l'onde incidente et de l'énergie potentielle de l'onde réfléchie qui lui est égale aux constantes thermodynamiques près.

L'énergie cinétique correspondant à l'impulsion systolique est donc la moitié de la maxima pulsatoire.

Il suffit donc de déterminer celle-ci pour avoir la pression intraventriculaire, car à ce moment le ventricule, l'aorte et l'artère auscultés ne font qu'un.

Je donnerai deux exemples :

1° *Normal :* Miss G., 35 ans, jamais malade, 44^{kg}; pression ventriculaire $16/2 = 8$.

$$16 \left\langle \begin{matrix} 12 = 4 \\ 6,5 = 9,5 \end{matrix} \right.$$

Effort nécessaire pour obtenir la pression de régime 6,5 :

$$8 - 6,5 = 1,5.$$

2° Considérons le cas d'une personne dont la santé décline (Mme R., 73 ans, très alerte). — 26 juin 1931 :

$$18 \left\langle \begin{matrix} 16 = 2 \\ 8 = 10 \end{matrix} \right. \quad PV = \frac{18}{2} = 9, \quad 9 - 8 = 1.$$

20 octobre 1931 :

$$22 \left\langle \begin{matrix} 20 = 2 \\ 10 = 12 \end{matrix} \right. \quad PV = \frac{22}{2} = 11, \quad 11 - 10 = 1.$$

Moins bien, constipation, la circulation est encore suffisante.

15 novembre 1932 :

$$30 \left\langle \begin{matrix} 23 = 7 \\ 12 = 18 \end{matrix} \right. \quad PV = \frac{30}{2} = 15, \quad 15 - 12 = 3.$$

Beaucoup moins bien, malaises, le cœur peine : $3 > 1$.

La pression de régime s'accroît sans cesse : 8, 10, 12.

La pression ventriculaire également : 9, 11, 15.

Le foie étant en cause, le cœur est surmené par le barrage hépatique à franchir et une viscosité sanguine augmentée : 2, 2, 7.

Il faut donc lever ce barrage.

ÉLECTROPHYSIOLOGIE. — *Classification de différents ions en familles chimiques naturelles par leur action vaso-motrice dans la diélectrolyse trans-cérébrale.* Note de MM. **Georges Bourguignon** et **Socrate Eliopoulos**, présentée par M. d'Arsonval.

Nous avons montré (¹) que la diélectrolyse (²) trans-cérébrale des ions chlore, iode, calcium et magnésium détermine chez l'homme une variation de l'indice oscillométrique du bras du côté opposé à l'hémisphère traversé, ce qui démontre l'existence de centres vaso-moteurs cérébraux, tandis que celle du potassium est inactive.

Nous avons été amenés à étudier d'autres ions pour voir s'il pouvait y avoir un rapport entre le degré d'activité de l'ion diélectrolysé et sa valence et son poids atomique.

Technique. — Dans nos expériences actuelles, nous avons substitué l'enregistrement des courbes oscillométriques au moyen de l'oscillomètre enregistreur de Boulitte (petit modèle) à la lecture directe de l'oscillation sur l'oscillomètre de Pachon.

Nous avons ainsi étudié les 24 ions suivants :

1° Métalloïdes : *hydrogène*, *chlore*, *brome*, *iode*, *bore*, *carbone*, *sillicium*;
2° Métaux : *lithium*, *sodium*, *potassium*, *calcium*, *strontium*, *magnésium*, *zinc*, *aluminium*, *manganèse*, *fer*, *chrome*, *plomb*, *cuivre*, *argent*, *mercure*, *platine*, *or*.

Pour mesurer l'activité vaso-motrice des ions, nous avons établi le pourcentage de la variation maxima de l'indice oscillométrique au cours de l'expérience, en la rapportant à l'indice initial.

Nos premières expériences ayant établi, par l'étude de quinze sujets différents, que l'action d'un ion déterminé est sensiblement la même sur tous les sujets nous avons dans cette deuxième série comparé l'action des différents ions sur deux sujets, l'un normal et l'autre atteint d'hémiplégie droite. Les résultats relatifs sont d'ailleurs les mêmes dans les deux cas.

(¹) G. Bourguignon, *Soc. de Biologie*, **106**, 1931, p. 454. — G. Bourguignon et S. Eliopoulos, *Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 379; *Soc. de Biologie*, **106**, 1931, p. 455, 536 et 540; **107**, 1931, p. 1140 et 1142. — S. Eliopoulos, *Thèse Fac. de Médecine de Paris*, 1931.

(²) L'un de nous a proposé de désigner sous le terme diélectrolyse les phénomènes qu'on appelle improprement en médecine ionisation.

Les ions se divisent en deux grandes classes, les ions actifs et les ions inactifs.

Si l'on dresse d'un côté le tableau des ions inactifs et de l'autre celui des ions actifs, on s'aperçoit que les ions appartenant à une même famille chimique sont tous soit actifs, soit inactifs. Ainsi tous les métaux alcalins sont inactifs, tandis que tous les métaux alcalino-terreux sont actifs. D'autre part dans une famille chimique active, l'activité croît avec le poids atomique si tous les corps qui la composent sont de même valence, et avec la valence si les corps qui la composent sont de valences différentes, mais de poids atomiques voisins.

Quant à la pression artérielle, seuls les ions appartenant à la troisième et à la cinquième famille de métaux agissent sur elle en l'augmentant.

Sur l'indice, comme sur la pression artérielle, l'action des ions actifs est toujours un peu plus grande dans l'hémiplégie qu'à l'état normal.

Voici la classification des ions en familles chimiques naturelles par leur activité vaso-motrice dans la diélectrolyse trans-cérébrale :

1° *Familles inactives* (sujet normal et sujet hémiplégique).

A. — *Métaux.*

	Poids atomiques.	Val.	Famille.		Poids atomiques.	Val.	Famille.
Lithium....	7	1	1re	Cuivre.....	63,5	2	7e
Sodium....	23	1		Argent.....	107	1	
Potassium...	39,14	1		Mercure....	199,8	2	
Plomb.....	206,92	2	6re				

B. — *Métalloïdes.*

	Poids atom.	Val.	Famille.
Bore..............................	10,95	3	3e
Hydrogène..............................	1	1	6e

2° *Familles actives.*

A. — *Métaux.*

	Activité (°/₀). Normal.	Hémipl.	Poids atomiques.	Val.	Famille.
Calcium	20	40	40	2	2ᵉ
Strontium	40	45	87,5	2	
Magnésium	20	40	24	2	3ᵉ
Zinc	35	42	66,48	2	
Aluminium	21	30	27,4	3	4ᵉ
Manganèse	20	22	55,2	2	5ᵉ
Fer	22	27	56	3	
Chrome	35	40	51,94	6	
Platine	25	40	194	4	8ᵉ
Or	26	55	196,5	3	

B. — *Métalloïdes.*

	Activité (°/₀). Normal.	Hémipl.	Poids atomiques.	Val.	Famille.
Chlore	10	12	35,5	1	1ʳᵉ
Brome	14	16	79,7	1	
Iode	20	30	127	1	
Carbone	15	30	14	4	5ᵉ
Silicium	30	50	28,35	4	

Conclusion. — 1° Les ions actifs et les ions inactifs le sont à la fois chez le sujet normal et dans l'hémiplégie.

2° Les ions actifs sont tous plus actifs sur l'hémisphère lésé de l'hémiplégique que sur son hémisphère sain ou chez le sujet normal.

3° L'activité ou l'inactivité d'un ion dépend avant tout de la famille chimique à laquelle il appartient.

4° Dans l'intérieur d'une même famille active, l'activité croît avec le poids atomique, sauf dans la famille du fer (5ᵉ famille) où, les poids atomiques étant très voisins, elle croît avec la valence.

5° Seules les familles du magnésium (3ᵉ) et du fer (5ᵉ) augmentent la pression artérielle en même temps que l'indice oscillométrique.

6° Il est remarquable de voir une propriété physiologique classer les corps aussi nettement de la même manière que les propriétés physicochimiques.

PHONÉTIQUE EXPÉRIMENTALE. — *Recherches sur la structure des voyelles.* Note de M. P. **Kucharski**, présentée par M. L. Lapicque.

Sir Richard Paget (1) a montré qne les voyelles chuchotées étaient essentiellement constituées par une combinaison caractéristique des deux sons, dont l'un, plus grave, serait attribuable à ce qu'il appelle « résonance postérieure », et l'autre, plus aigu, relèverait de la résonance des parties antérieures de la bouche.

Ma recherche a eu pour but de vérifier par un procédé de synthèse, fondé sur l'emploi des circuits oscillants et du haut-parleur, les fréquences vibratoires qui ont été indiquées par Paget comme correspondant aux couples de résonances caractéristiques des voyelles françaises. Le dispositif expérimental employé était à peu près le même que celui dont je m'étais servi pour une recherche analogue effectuée avec H. D. Bouman (2) : deux circuits oscillants sont mis en parallèle, en sorte que l'on puisse recevoir dans un haut-parleur le son composé. Pour étudier l'effet de l'intensité des vibrations composantes, deux boîtes à résistance se trouvent intercalées dans les circuits de plaque des deux lampes oscillatrices, et l'on assure, d'autre part, l'indépendance des deux circuits en ayant recours, pour la combinaison des deux courants alternatifs, à deux triodes supplémentaires. Un interrupteur approprié est intercalé dans le circuit de plaque des lampes oscillatrices et permet de varier la durée de passage du son composé.

Dans ces conditions, j'ai trouvé que les couples des fréquences caractéristiques, déterminées par Paget, reproduisent d'une manière satisfaisante les voyelles françaises. J'ai pu préciser cependant que les fréquences vibratoires constitutives forment un intervalle défini et se placent dans la série harmonique. Il semble que les voyelles puissent être classées suivant que l'intervalle entre les notes résonantielles donne lieu ou non à l'apparition d'un son différentiel qui se confond avec le fondamental de la série harmonique et qui paraît indispensable pour la production de l'effet vocal. Mais, d'autre part, une qualité vocale donnée ne dépend pas seulement de l'intervalle entre les fréquences résonantielles mais aussi du rapport des intensités de ces sons, dont l'influence est décisive et qui varie d'une façon définie en fonction de la durée de la voyelle.

(1) Sir Richard Paget, *Human Speech*, 1930, London (éd. Kegan Paul).

(2) *Arch. Néerl. de Phonétique Expérimentale*, 4, 1929, p. 90-112.

J'ai cherché, enfin, à réaliser des voyelles synthétiques à des niveaux différents de l'échelle tonale, en partant de l'intervalle caractéristique déterminé pour chacune des voyelles. Ces expériences ont montré que toutes les voyelles peuvent être transposées sur la base de la constance de l'intervalle « formant ». Toutefois, le rapport d'intensités change suivant la région tonale. Cette transposition ne saurait être confondue avec celle qui a lieu dans le chant où, pour des notes laryngiennes différentes, les sons caractéristiques des voyelles restent à peu près les mêmes.

Le tableau suivant présente les intervalles caractéristiques, les fréquences composantes normales (en vibrations doubles) qui coïncident avec les zones de résonances laryngo-buccales déterminées par Paget, enfin les limites des fréquences pour lesquelles la synthèse a pu être réalisée (¹). Les rapports des intensités physiologiques seront publiés dans un Mémoire.

Voyelle.	Intervalle caractéristique.	Fréquences normales.	Limite inférieure.	Limite supérieure.
a (papa).........	Septième diminuée	1060–1855	460– 805	1680–2940
ô (tôt)...........	Quinte	500– 750	460– 690	2052–3075
o (note)..........	Octave	632–1264	326– 652	1690–3380
ou (tout).........	Octave (²)	340– 680	326– 652	1690–3380
e (deux).........	Tierce majeure à distance de 2 octaves	430–2150	230–1150	960–4800
e (le)............	Seconde à distance de 2 octaves.	452–2034	264–1188	860–3878
é (thé)...........	Septième diminuée à distance de 2 octaves	478–3346	264–1848	— —
u (tu)...........	3 octaves	304–2432	204–1632	460–3680
è (père).........	Sixte majeure à distance de 2 octaves	645–2150	460–1532	1256–4186

Il en résulterait que la qualité vocale n'est pas liée à des hauteurs tonales absolues. Le timbre des voyelles serait fondé, comme le timbre d'instruments, sur le rapport des intensités des sons partiels ayant dans la série harmonique des positions relatives définies. Ce qui caractérise une voyelle

(¹) Toutes ces voyelles synthétiques ont été vérifiées par M. Fouché, qui a bien voulu apprécier la qualité des timbres vocaliques ainsi réalisés. C'est grâce à la rigueur de son appréciation que j'ai pu mener cette recherche à bonne fin.

(²) Suivant le rapport des intensités on obtient la voyelle [illegible] ou bien la voyelle [illegible], ceci à tous les niveaux de l'échelle tonale dans les limites réalisables avec le dispositif employé.

c'est donc l'intervalle que forment les deux fréquences correspondant dans le langage naturel aux deux résonances laryngo-buccales. La diversité de ces intervalles-formants jointe à une certaine variabilité du rapport d'intensités des sons composants offre une base physique suffisante pour expliquer toute la richesse des nuances vocaliques.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur une nouvelle hormone sexuelle cristallisée.* Note de MM. **A. Girard**, **G. Sandulesco**, **A. Fridenson** et **J.-J. Rutgers**, présentée par M. Fosse.

Dans deux précédentes Communications [1] consacrées à l'étude des hormones sexuelles retirées de l'urine des juments gravides, nous avons décrit à côté de la folliculine $C^{18}H^{22}O^2$, reconnue formellement identique avec l'hormone de la femme, deux nouvelles hormones, de formule $C^{18}H^{20}O^2$, l'équiline ($[\alpha]_D = +308°$), l'hippuline ($[\alpha]_D = +128°$), cette dernière obtenue malheureusement en quantité trop faible pour pouvoir être complètement étudiée.

Diverses observations nous ayant fait entrevoir à côté de ces trois substances, l'existence d'une cétone phénolique à pouvoir rotatoire faible, nous avons cherché à l'isoler en utilisant une méthode inspirée des travaux de Vavon [2] sur le partage des phénols entre les solvants organiques et les solutions aqueuses alcalines. Il est juste de dire qu'une technique assez semblable avait déjà été employée par Doisy, pour la séparation de la folliculine de son hydrate.

La différence dans les degrés d'acidité des différentes hormones nous a permis d'isoler à l'état pur une nouvelle oxycétone œstrogène dont toutes les propriétés rendent évidente la parenté avec la folliculine. La nouvelle hormone moins hydrogénée que l'équiline a reçu le nom *d'équilénine*.

L'équilénine étant nettement plus acide que les autres hormones oxycétoniques, présentes dans l'urine de jument, a été obtenue par le jeu alterné d'extractions fractionnées aux alcalis dilués et de cristallisations dans l'alcool.

A partir des eaux mères de cristallisation des hormones totales, provenant

---

(1) *Comptes rendus*, **194**, 1932, p. 909; **194**, 1932, p. 1020.

(2) *Comptes rendus*, **187**, 1928, p. 346.

de 52 tonnes d'urine, il fut possible par une série extrêmement longue de fractionnements et de cristallisations, d'isoler $1^g,50$ de la nouvelle hormone à l'état de complète pureté, présentant le pouvoir rotatoire fixe : $(\alpha)_D^{16} = +87^\circ$ (en solution dans le dioxane à 1 pour 100).

Propriétés physiques et chimiques. — L'équilénine cristallise de l'alcool d'une manière très caractéristique, formant des buissons arrondis de très fines aiguilles.

Elle fond à 258°-259° (corr.) en tube capillaire par immersion instantanée, en se colorant.

Chauffée lentement au contact de l'air elle se transforme complètement vers 245° en une matière colorante rouge violacée. Le « rouge d'équilénine » paraît amorphe, il n'est pas sublimable et se dissout dans les alcalis en donnant une solution d'un beau vert bleu.

Dans le vide profond l'équilénine se sublime dans les mêmes limites de température que la folliculine sans subir de racémisation.

La nouvelle hormone est sensiblement plus soluble que la folliculine dans les divers solvants; l'alcool absolu en dissout $6^g,3$ par litre à 18° et 25^g à l'ébullition.

Analyse. — Trouvé : C pour 100, 81,42; 81,23; 81,18; H pour 100, 6,93; 7,05; 6,82.

Calculé pour $C^{18}H^{18}O^2$: C pour 100, 81,16; H pour 100, 6,82.

L'équilénine donne un dérivé benzoylé : Aiguilles (alcool) F. 222-223° (corr.) en tube capillaire par immersion instantanée.

L'acétate F : 156-157° (mercure).

L'oxime cristallise dans l'alcool dilué en aiguilles prismatiques microscopiques F. 249-250° (corr.).

Soumise à la bromuration suivant la méthode de Rosenmund, elle réagit plus lentement que la folliculine et la bromuration s'arrête après l'obtention d'un dérivé monobromé ([1]) qui, recristallisé dans le propanol se présente en belles aiguilles F. 225-227° (corr.) (capillaire) avec dégagement gazeux et décomposition.

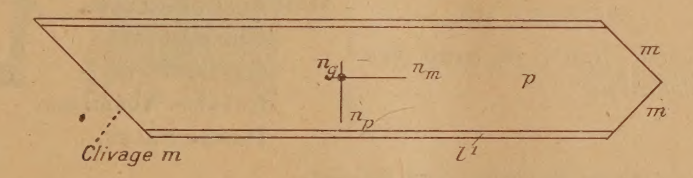
([1]) On sait depuis les travaux récents de Marrian (*Lancet*, 223, 1932, p. 282), que la folliculine ne donne pas, comme on l'avait cru, un dérivé d'addition dibromé, mais un dérivé de substitution monobromé. Il est également probable que le produit de bromuration de l'équiline, que nous n'avons pas isolé, ni analysé, doit répondre à la formule $C^{18}H^{19}O^2Br^3$, dont nous nous proposons de reprendre l'étude.

Analyse. — Trouvé : Br pour 100, 21,58, 21,78; C pour 100, 62,82; H pour 100, 4,92.

Calculé pour $C^{18}H^{17}O^{2}Br$: Br pour 100, 23,16; C pour 100, 62,55; H pour 100, 4,96.

Étude cristallographique (M. Gaudefroy) : Par évaporation spontanée d'une solution dans l'alcool méthylique, on obtient des aiguilles souvent groupées en oursins.

Les cristaux, du système orthorhombique, ont la forme de tables, *p*, hexagonales, très allongées suivant un axe de symétrie OX; les deux



petits côtés, traces des faces *m*, font entre eux un angle de 90-91°. On peut distinguer au microscope, sur les longues arêtes, un biseau e^1. Clivage *m*, peu marqué.

Optiquement négatif; l'angle des axes est assez grand; le plan des axes est perpendiculaire à l'allongement; la vibration n_g est dirigée suivant OZ et n_m suivant OX.

$n_m = 1,718 \pm 0,003$; n_p voisin de 1,51.

Vu l'angle des axes, la biréfringence $n_g - n_p$ est notablement supérieure à 0,2, c'est-à-dire exceptionnellement forte.

Les données analytiques ci-dessus conduisent à assigner à l'équilénine la formule $C^{18}H^{18}O^{2}$ que nous tenons pour certaine. Si l'on admet que la nouvelle hormone possède la même structure tétracyclique (Butenandt) que la folliculine, ce que la similitude des deux substances rend très vraisemblable, on est conduit à envisager dans l'équilénine l'existence d'un noyau naphtalénique, seule hypothèse conciliable avec la non-additivité vis-à-vis du brome, et que nous nous proposons de vérifier par l'étude des produits d'hydrogénation.

Au point de vue physiologique l'équilénine se montre considérablement moins active que la folliculine à l'égard du test d'Allen-Doisy : en première approximation son pouvoir œstrogène serait de 12 à 20 fois moindre.

A 15h35m l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section d'Astronomie, par l'organe de son Doyen, présente la liste suivante de candidats à la place vacante par le décès de M. *Bigourdan* :

En première ligne............. M. **Aymar de La Baume Pluvinel.**

En seconde ligne, ex æquo par ordre alphabétique................ MM. **Jules Baillaud**, **Émile Belot**, **Gaston Fayet**, **Charles Nordmann**, **Pierre Salet**.

Les titres de ces candidats sont discutés.
L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à $16^h 30^m$.

A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 14 novembre 1932.)

Note de M. *P. Rouard*, Sur le pouvoir réflecteur des métaux en lames très minces :

Page 870, tableau, *au lieu de* 0, 56, *lire* 0,06 pour une épaisseur de métal de $2^{m\mu},7$ et pour la longueur d'onde 5461^{A}.